

ATELIER DES ENSEIGNANTS CE1 ET CE2

NUMÉRATION ET CALCUL AU CYCLE 2



1

Animation pédagogique du 15 mai 2019

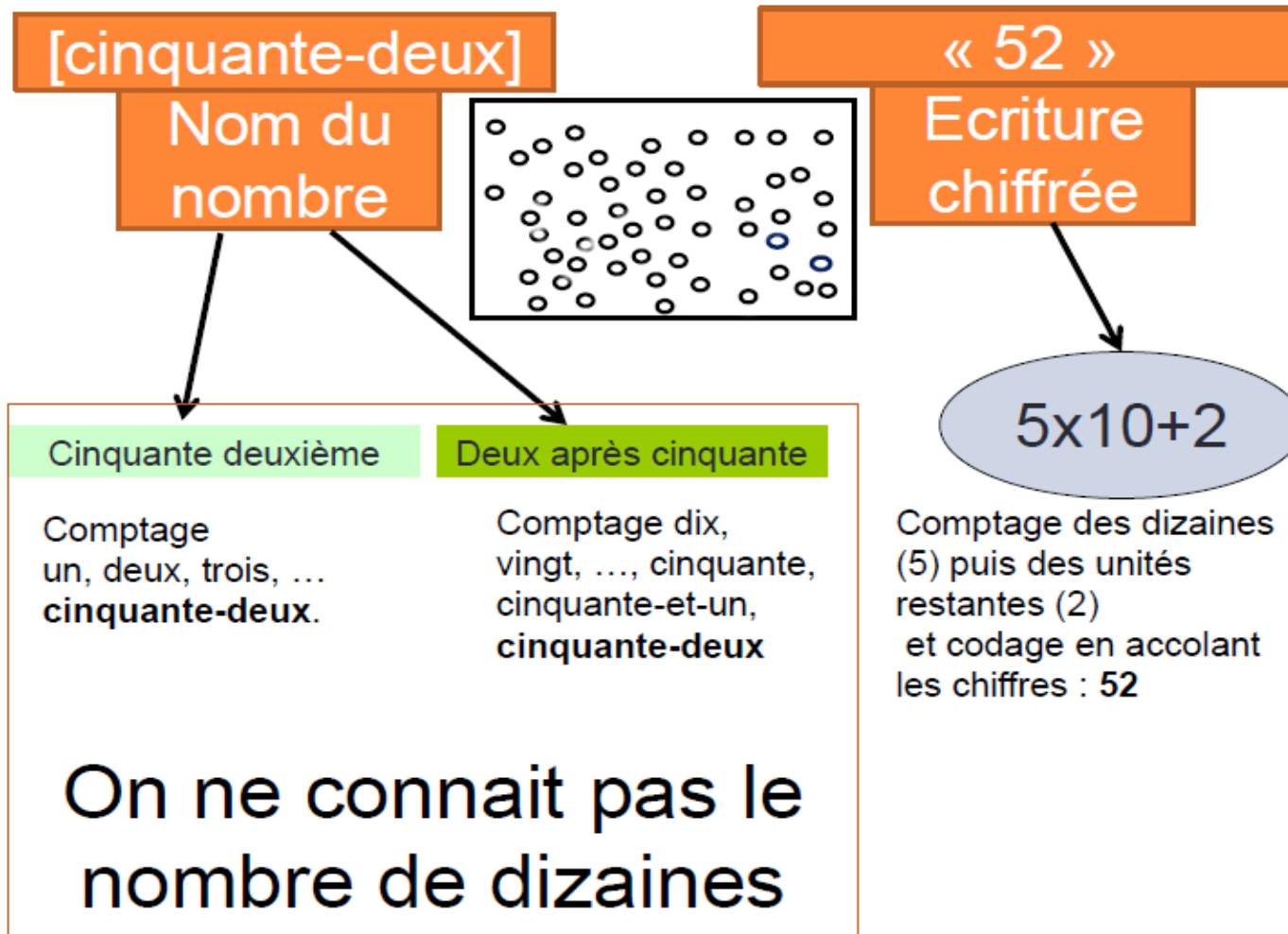
6ème circonscription de colombes

RETOUR SUR QUELQUES POINTS DE VIGILANCE

La numération

- L'apprentissage de la numération chiffrée enjeu du cycle 2
- Deux numérations (orale et chiffrée) qui mobilisent des connaissances et des principes différents
 - Numération orale mobilisée notamment pour l'énumération, le calcul mental, l'acquisition de faits numériques
 - Numération écrite trouve des prolongements dans le calcul posé, les conversions de mesures du système métrique, les décimaux.
- Des étayages relevant de la numération orale « versus » la compréhension du système chiffré
- Progression: l'étude des principes de la numération décimale chiffrée qui précède l'étude et la connaissance et la désignation orale des nombres.

DEUX NUMÉRATIONS POUR DÉSIGNER LE MÊME NOMBRE



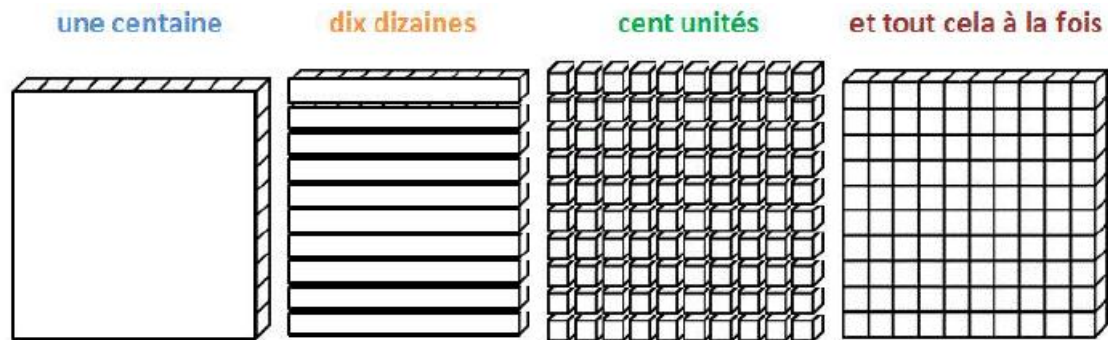
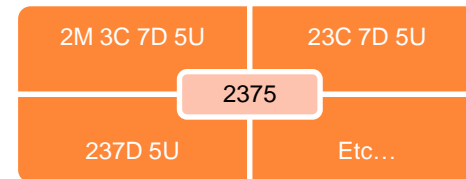
LA NUMÉRATION ÉCRITE ET CHIFFRÉE

○ Les savoirs de la numération

- Principe de position : Les milliers s'écrivent au 4ème rang à partir de la droite, les centaines au 3ème rang, etc.
- Principe décimal : 1 dizaine = 10 unités, 1 centaine = 10 dizaines = 100 unités, 1 millier = 10 centaines = 100 dizaines = 1000 unités

○ Les enjeux didactiques

- Composer/dénombrer n'importe quelle collection, quelle que soit son organisation
- Décomposer une écriture chiffrée de différentes façons en s'appuyant sur les relations entre les unités de numérations
- Utiliser les différentes unités de numération selon différents points de vue: exemple de la centaine qui peut être considérée comme



REPÈRES DE PROGRESSIVITÉ 2019

UNE LOGIQUE DE « DISTINCTION »

CP

Dès la **période 2**, ils réalisent des groupements par 10. Ils s'exercent à échanger 10 unités pour une dizaine, et inversement.

Le travail de groupements par 10 permet d'aborder rapidement les nombres supérieurs à 20 (jusqu'à 60 au moins) pour travailler sur les aspects positionnel et décimal de la numération

Dès le début de l'année, les élèves étudient de façon systématique la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100.

La désignation orale des nombres est démarrée en **période 3**

CE1

Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des centaines.

La connaissance des nombres jusqu'à 100 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.

CE2

Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des milliers.

Parallèlement, la connaissance des nombres jusqu'à 1 000 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.

Les repères annuels font référence à deux systèmes de numération distincts et explicitement à deux progressions distinctes.

L'étude des principes de la numération décimale chiffrée précède la désignation orale.

RETOUR SUR QUELQUES POINTS DE VIGILANCE

Les calculs posés

- Liens entre calculs en ligne et calculs posés ?
- Liens entre les manipulations et représentations et les calculs posés ?
- La place des unités de numérations ?

DANS LES MANUELS

Exemples d'activités types extraits des manuels de CE2.
L'aspect positionnel et oral de la numération est principalement travaillé.

- Ecris en chiffres: Deux mille vingt-cinq -> 2 025
- Complète la suite: de 10 en 10, 100 en 100
- Décompose les nombres: $2\ 467 = 2\ 000 + 400 + 60 + 7$
- Recompose les nombres: $4\ 000 + 300 + 20 + 4 = 4\ 324$
- Placer des nombres sur une droite numérique
- Ranger dans l'ordre (croissant / décroissant) des nombres

Possibilité d'adapter certaines activités pour mettre en jeu l'aspect décimal.

L'ADDITION POSÉE

Exemples de calculs en ligne proposés dans des manuels pour introduire le calcul posé.

$$48 + 24 = 48 + 20 + 4 = 68 + 4 = 72$$

$$48 + 24 = 40 + 20 + 8 + 4 = 60 + 12 = 72$$

$$\begin{array}{l} 48 + 24 \\ 40 + 20 + 10 = 70 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 8 + 4 = 10 + 2 \\ 70 + 2 = 72 \end{array}$$



Ne font pas intervenir les unités de numération

$$\begin{array}{r} 1 \\ 48 \\ + 24 \\ \hline 72 \end{array}$$

$8u + 4u = 12u$ et $12u = 1d + 2u$

$1d + 4d + 2d = 7d$



Les calculs portent sur les unités de numération

LA SOUSTRACTION POSÉE

Méthode par « cassage »

$$\begin{array}{r} 6 \ 12 \\ \cancel{72} \\ - 25 \\ \hline 47 \end{array}$$

$$72 - 25 = 7d + 2u - 2d - 5u$$

$$72 - 25 = 6d + 12u - 2d - 5u$$

$$72 - 25 = 4d + 7u$$

$$72 - 25 = 47$$



Avec le 0 en chiffre des dizaines:

$$\begin{array}{r} 59 \\ 60 \ 14 \\ - 40 \ 8 \\ \hline 196 \end{array}$$

Méthode « française »

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 25 \\ \hline 47 \end{array}$$

$$72 - 25 = 7d + 2u - (2d + 5u)$$

$$72 - 25 = (7d + 2u + 10u) - (2d + 5u + 1d)$$

$$72 - 25 = 7d + 12u - 3d - 5u$$

$$72 - 25 = 4d + 7u$$





L'APPRENTISSAGE DE LA NUMERATION CHIFFREE

SCENARIO GLOBAL ET PROGRESSIONS

10

PROGRESSION POUR ENSEIGNER LA NUMÉRATION DÉCIMALE

Recomposer l'écriture chiffrée

pour dénombrer une collection

1. → **Principe de groupements successifs par 10.**
Dénombrer une collection non organisée « en vrac »
Activités emblématiques « le fourmillon », « le trésor », « les bâchettes »
2. → **Aspect position de la numération.** Lien entre le nombre d'unités de numération et l'écriture chiffrées
Dénombrer une collection totalement groupée (les unités de numération désignant des groupements d'objets)
3. → **Aspect position de la numération.** Lien entre le nombre d'unités de numération et l'écriture chiffrées
Dénombrer une variété de collections totalement groupées : dans le désordre, dans le bon ordre, absence d'une unité de numération pour marquer le 0.
4. → **Utiliser les relations entre les unités (conversions)** et rompre une conception uniquement positionnelle (juxtaposition des chiffres)
Dénombrer des collections partiellement groupées.
« Des bâchettes en pagaille »
« Quel est le montant en euros d'une somme de 3 milliers d'euros, 12 billets de 100 euros et 4 billets de 10 euros ? »
5. → **Travailler le changement de point de vue sur les unités (conversion)**
Dénombrer et effectuer des conversions sans contexte.
Une activité régulière de numération: Cf. activité « La collection du jour »

PROGRESSION POUR ENSEIGNER LA NUMÉRATION DÉCIMALE

Décomposer un nombre

Situation inverse de la précédente portant sur la prise d'informations directe à partir de l'écriture chiffrée

Activité emblématique « Les commandes »

1. → **Décomposer un nombre en utilisant les unités de numération (principe de position)**

Commandes sans contrainte : « des bâchettes sont vendues par milliers, centaines, dizaines et unités. On souhaite en commander 2615. Que peut-on commander ? »

2. → **Décomposer un nombre de différentes façons (principe de position et décimal)**

Commandes avec contraintes :

- « le marchand n'a plus de bâchettes par milliers. On souhaite commander 3052 bâchettes. Que peut-on commander ? ».

- « le marchand a des bâchettes par milliers mais il n'en a plus par centaines. Que peut-on commander ? », etc.

- Autres contextes : « Combien faut-il de billets de 100 euros pour payer une somme de 2079 euros ? », etc.

- Une entreprise doit effectuer une livraison de sable de 4826 kg. Le sable est livré dans des sacs de 100 kg. Combien de sacs va-t-on remplir ? Que restera-t-il ?

- « Le jeu du télégramme »

3. **Sans contexte** : Trouver différentes décompositions de 3421 en utilisant les unités de numération (milliers, centaines, ...).

SITUATIONS DE RÉFÉRENCE

DÉNOMBRER UNE COLLECTION NON ORGANISÉE (ÉTAPE 1)

→ PRINCIPE DE GROUPEMENTS SUCCESSIFS PAR 10

Le Fourmilion d'après ERMEL CE1

- Déroulement: La classe va s'organiser pour dénombrer un grand nombre de petits objets en effectuant des groupements par 10 puis par 100 (10 x 10) puis par 1 000 (10 x 100). Les groupements seront matérialisés par des sacs transparents fermés et étiquetés)
- Enjeux: Comprendre le lien entre les groupements effectués (aspect décimal : relations entre milliers, centaines ...) et le nombre d'objets de la collection (aspect position de la numération).

- Éléments de synthèse

	millier	centaine	dizaine	unité
Bûchettes	 1 millier de bûchettes	 1 centaine de bûchettes	 1 dizaine de bûchettes	 1 bûchette
Cubes				
Euros				
...				
	1 millier = 10 centaines	1 centaine = 10 dizaines	1 dizaine = 10 unités	

SITUATIONS DE RÉFÉRENCE

DÉNOMBRER UNE COLLECTION ORGANISÉE (ÉTAPE 2)

→ ASPECT POSITIONNEL

- Déroulement: L'enseignant présente des collections devant les élèves et leur demande combien il y a de bâchettes en tout. Ils doivent écrire le nombre en chiffres sur leur ardoise.
- Dénombrement de collections dans des cas variés pour s'approprier les relations entre le nombre d'unités, de dizaines, ... et l'écriture en chiffres (aspect position de la numération).
 - avec unités dans le « bon ordre » ou dans le désordre mais avec toutes les unités présentes
 - avec certaines unités isolées absentes pour comprendre le rôle du zéro pour marquer la position des chiffres

Les collections ne sont pas trop petites pour éviter que les élèves aient le temps de compter de mille en mille, cent en cent, ...

Le but étant qu'ils comptent directement les milliers (3), les centaines (2), les dizaines (8) et les unités (5) pour trouver l'écriture en chiffres (3285).

- Procédures possibles
 - Comptage oral : de mille en mille puis cent en cent, ... puis écriture du nombre en chiffres.
 - Lecture orale puis écriture en chiffres : 3 boîtes c'est « trois mille » puis 2 sachets c'est « deux cents », etc. puis écriture en chiffres 3285.
 - Position : écriture directe en chiffres à partir du nombre de milliers de bâchettes, de centaines de bâchettes, de dizaines de bâchettes et de bâchettes seules : 3285.

SITUATIONS DE RÉFÉRENCE

DÉNOMBRER UNE COLLECTION PARTIELLEMENT ORGANISÉE (ÉTAPE 3)

→ LES RELATIONS ENTRE LES UNITÉS DE NUMÉRATION

« des bâchettes en pagailles »

- Déroulement: dénombrer une collection partiellement groupée.
Il s'agit encore d'une situation de dénombrement mais les collections utilisées ne seront pas totalement groupées : il reste certaines unités en nombre supérieur à 10. Cela devrait amener les élèves à utiliser les relations entre unités : $10C = 1M$, $10D = 1C$ et $10U = 1D$.

Exemples

Combien y'a-t-il de bâchettes dans une collection de:

- 24 centaines de bâchettes, 1 millier de bâchettes, 5 bâchettes à l'unité et 6 dizaines de bâchettes ? 24C 1M 7U 6D
 - 34C 7U 2M
 - 53D 3M 5C
 - 71C 2M 5D.
- Erreur prévisible: écriture du nombre par juxtaposition des chiffres
 - Procédures possibles. Exemple d'une collection de 24C 1M 7U 6D :
 - Comptage oral jusqu'à « trois-mille-quatre-cent-soixante-seize » que l'on écrit 3476.
 - Regroupement: 20 sachets en 2 boîtes, etc. Il reste à la fin 3 boîtes, 4 sachets, 7 paquets et 6 bâchettes seules, soit 3476.
 - Ecriture additive: $100 + 100 + 100 + 100 + \dots$ puis regroupement des paquets de 100 par 10 pour faire des milliers. On obtient ainsi 3 milliers, 4 centaines, 7 dizaines et 6 unités, soit 3476.
 - Utilisation de conversions entre unités: conversion de 24C en 2M + 4C. On obtient ainsi 3 milliers, 4 centaines, 7 dizaines et 6 unités, soit 3476.

SITUATIONS DE RÉFÉRENCE

COMMANDER UNE COLLECTION

→ **COMPRENDRE L'ÉCRITURE CHIFFRÉE POUR PRODUIRE DES COLLECTIONS**

Le jeu des commandes (sans et avec contraintes)

- **Phase 1 : Appropriation (sans contrainte)**

Le marchand est un marchand de bûchettes : il en a à l'unité, par dizaine (paquets de dix), par centaine (paquets de cent) et par millier (paquets de mille).

« Vous avez des commandes de bûchettes à faire. Il vous faut exactement le bon nombre de bûchettes. Combien pouvez-vous commander de bûchettes à l'unité, par dizaines, par centaines et par milliers ? »
Exemples de commandes : 2165 bûchettes, 4708 bûchettes.

- **Phase 2 : Différentes contraintes sont proposées**

Le marchand n'a plus de bûchettes par milliers, ou par centaines... (rupture de stock). Que faut-il commander pour avoir le nombre de bûchettes que l'on veut ?

- **Variable principale** : le stock du marchand. Par exemple le fait de ne plus avoir de bûchettes par milliers va amener les élèves à chercher comment faire des milliers en utilisant des centaines, donc faire des conversions de milliers en centaines. S'il n'y a plus de centaines, on est amené à faire des conversions de centaines en dizaines, etc. La taille des nombres est également une variable importante car plus elle augmente, plus la procédure de passage par le dessin ou les écritures additives deviennent coûteuses.

SITUATIONS DE RÉFÉRENCE

COMMANDER UNE COLLECTION

→ **COMPRENDRE L'ÉCRITURE CHIFFRÉE POUR PRODUIRE DES COLLECTIONS**

Procédures possibles.

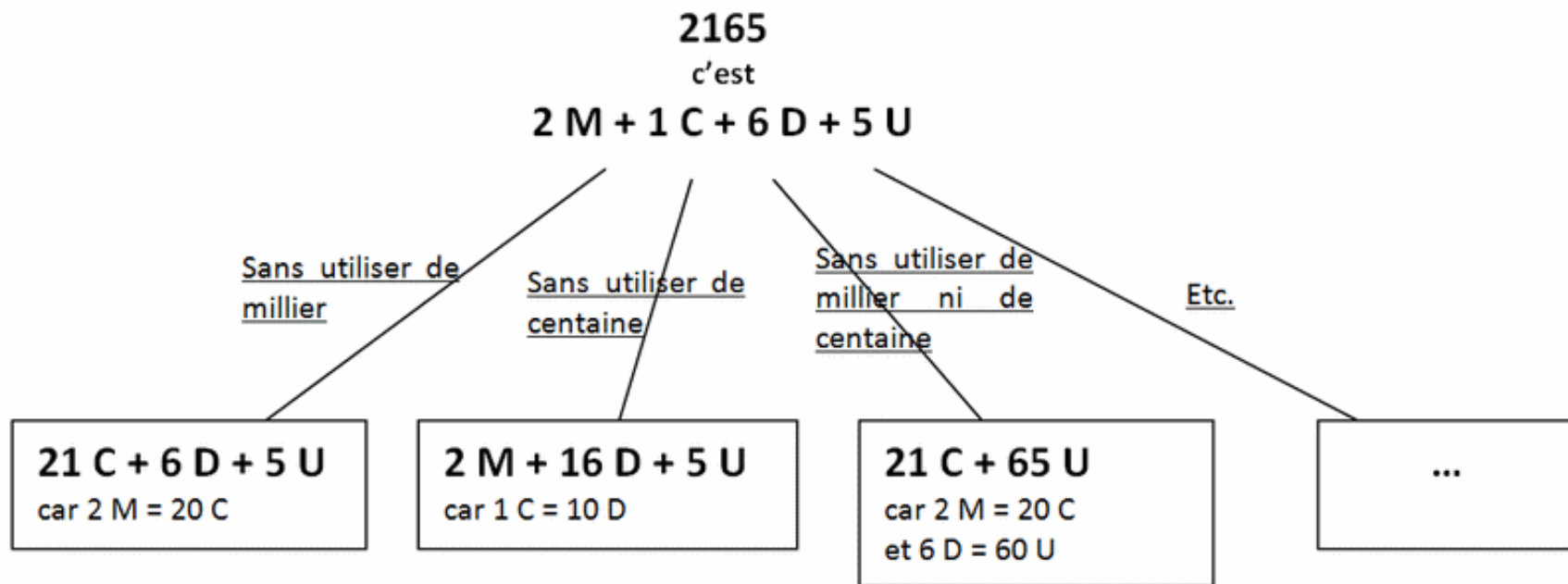
Une commande de 1385 bâchettes avec comme contrainte absence de milliers

- **Par le comptage successif et/ou l'écriture additive** : $100 + 100 + 100 + \dots$ jusqu'à 1300 et comptage du nombre de 100 obtenus. Il y a 13 sachets de 100.
- **Utilisation d'une conversion** : conversion de 1 millier en 10 centaines et ajout des 3 centaines restantes. 13 centaines.
- **Lecture directe à partir de l'écriture chiffrée** : dans 1385 il y a 13 centaines.

Une fois que les élèves ont trouvé le nombre de sachets 100 ils peuvent trouver le nombre de paquets de dix et de bâchettes à l'unité par lecture au rang des dizaines et des unités : 8 paquets de 10 et 5 bâchettes à l'unité.

ÉLÉMENTS DE SYNTHÈSE

Différentes façons de produire une collection (ou faire une commande) à partir d'un nombre.



DÉCOMPOSER UN NOMBRE

« JEU DU TÉLÉGRAMME »

D'après Butlen & Pezard, Grand N n°79 (adapté ici pour prendre en compte les écritures avec unités de numération).

Objectif : Produire des décompositions variées d'un nombre à partir de son écriture chiffrée.

Matériel : Feuilles libres pour écrire les décompositions (elles seront à plier).

○ **Présentation de la situation**

Les élèves sont regroupés par équipe. Chaque équipe dispose d'une feuille pré-pliée sur laquelle est inscrit un nombre : par exemple 3248.

Le premier élève écrit une première décomposition de ce nombre utilisant des unités de numération (par exemple 3 milliers + 248 unités) puis il cache l'écriture précédente (en repliant la feuille).

L'élève suivant reçoit donc la feuille où est seulement visible 3 milliers + 248 unités : il doit en donner une autre écriture (par exemple 32 centaines + 48 unités) puis il cache la précédente écriture, etc.

Chaque élève ne peut voir que la dernière écriture produite. Quand la feuille est remplie, on la déplie et compare les écritures produites. L'équipe gagnante est l'équipe qui a le plus d'écritures différentes.

○ **Discussion collective sur la validité des décompositions produites et comptage des points de chaque équipe**

Les équipes doivent se mettre d'accord sur la validité des différentes décompositions produites par l'ensemble des groupes.

Pour chacune de ses décompositions différentes, l'équipe marque 1 point. L'équipe gagnante est celle qui a le plus de points.