

LA NUMÉRATION AU CYCLE 2

Ressources et emprunts

- Eric MOUNIER, maître de conférence en didactique des mathématiques. Université Paris Diderot
- Frédéric TEMPIER, maître de conférence en didactique des mathématiques. Université Cergy Pontoise
- Jacques ROUXEL, « Les shadoks »
- Eric MOUNIER, « numération & calcul au CP », Ed Retz

LES NUMERATIONS

Deux systèmes de numération différents:

- La numération orale
- La numération écrite chiffrée

Des savoirs didactiques et
des enjeux d'apprentissages spécifiques

LES NUMERATIONS

De l'énumération à la numération chiffrée

Maternelle

CP

Comptage oral un à un :
Un, deux, trois, ... , quatorze

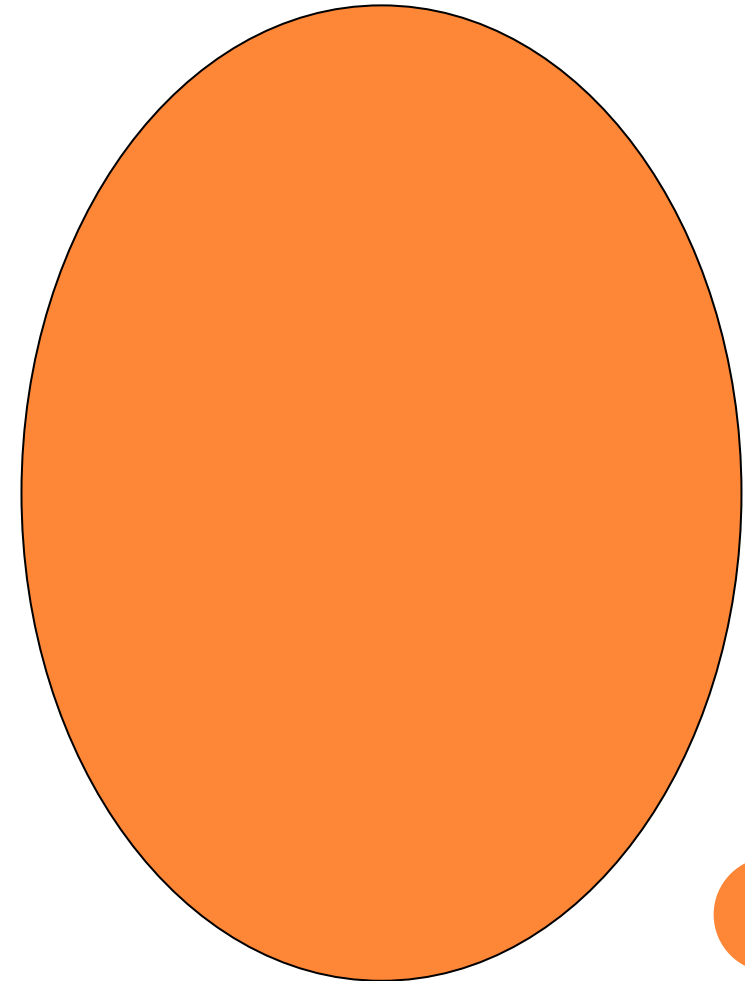


↓
Mémorisation : quatorze s'écrit **14**
ou utilisation de la file numérique des
écritures chiffrées (correspondance
mot/geste sur la file)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 **14**

↓
Réponse (écriture du mot)

14



LES NUMERATIONS

De l'énumération à la numération chiffrée

Maternelle

Comptage oral un à un :
Un, deux, trois, ... , quatorze



Mémorisation : quatorze s'écrit **14**
ou utilisation de la file numérique des écritures chiffrées (correspondance mot/geste sur la file)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 **14**



Réponse (écriture du mot)

14



CP

Organisation de la collection en dizaine(s) et unité(s)



Codage de l'organisation :
Pour le nombre d'unité(s) : 4
Pour le nombre de dizaine(s) : 1

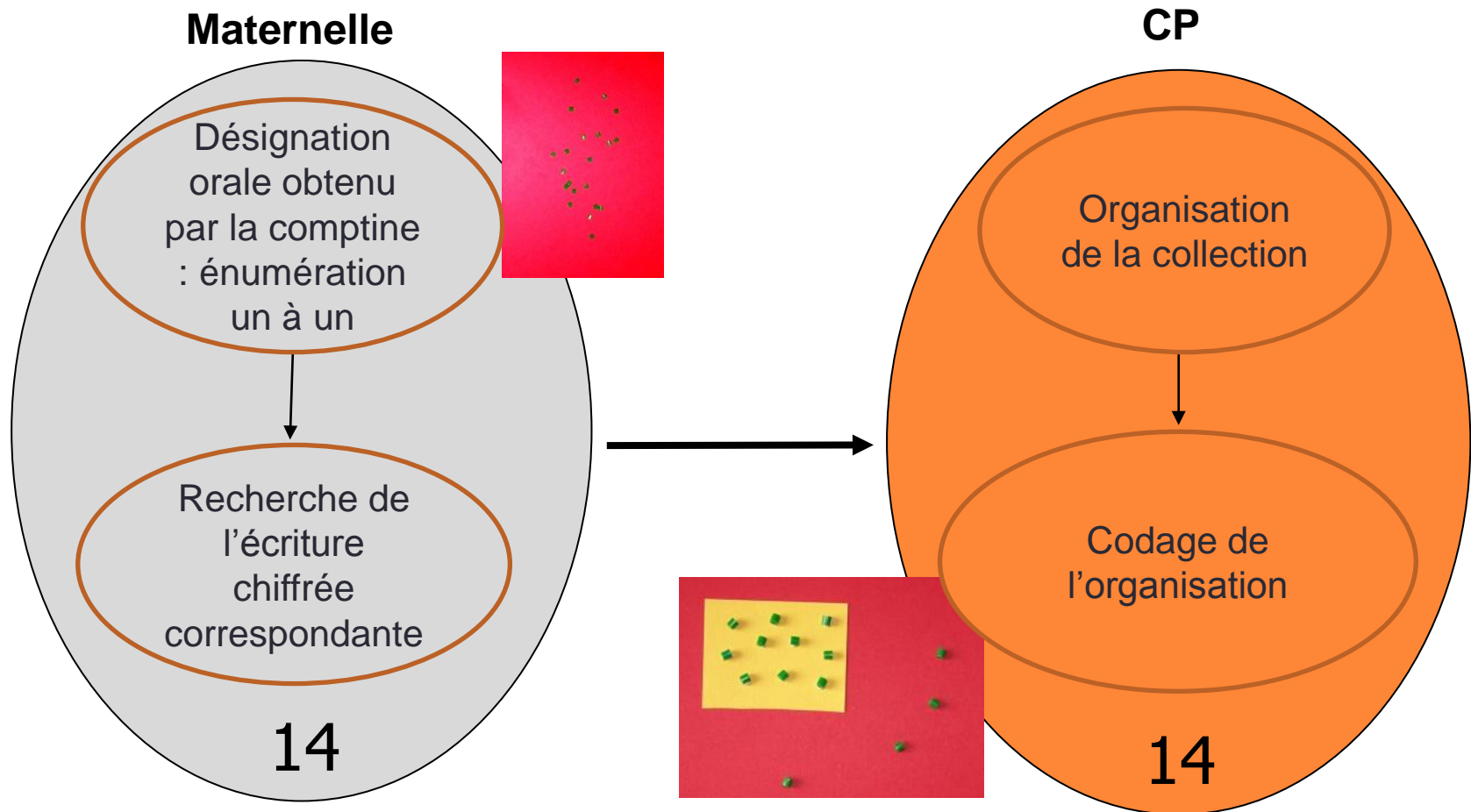


Réponse (positionnement des chiffres)

14



DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION



Numération orale: écriture chiffrée = transcription d'une désignation parlée
Numération chiffrée: écriture chiffrée = codage d'une collection organisée sans désignation orale

COMMENTAIRES

Maternelle

- Pour écrire le nombre, les élèves passent par le comptage oral et le nom du nombre.
- La forme chiffrée est mémorisée ou figure sur une file numérique.
- L'écriture chiffrée est considérée avant tout comme la traduction écrite du nom des nombres dits à l'oral.

A partir du CP

- La procédure « organiser / coder » porte les propriétés de la numération écrite chiffrée.
- Le nom du nombre n'est pas nécessaire, mais le nombre de dizaines et d'unités.
- Un nouveau système de numération est à construire: la numération décimale et positionnelle qui implique d'apprendre à organiser une collection et à coder l'organisation sans passer par des procédures d'énumération

DIFFICULTES D'ENSEIGNEMENT AU CYCLE 2

A la maternelle, la compréhension du nombre mobilise la numération orale, la connaissance de la comptine numérique:

- L'écriture chiffrée traduit le nom du nombre : « 14 = quatorze »
- Les compétences de dénombrement mobilisent l'énumération via l'utilisation de la comptine numérique (orale)

A partir du CP, la compréhension de la numération implique la mobilisation des deux systèmes de numération sous-tendus par des principes conceptuels différents.

- Numération orale: aspect énumératif et référence à une structure plus ou moins régulière
- Numération écrite: aspects décimaux (groupement en unités de numération) et positionnels (valeur des chiffres en fonction de leur rang)

Difficultés spécifiques d'enseignement:

- Apprentissage de la lecture/écriture du français repose sur le codage de l'oral alors que les écritures chiffrées ne sont pas la traduction de l'oral mais le codage d'une collection organisée
- Décoder des écritures chiffrées « déjà-là »

EVALUER PAS SI FACILE !

1 Ecrire des nombres dictés
(Evaluation nationale CE1)

29	92	89	29	30	20	9
67	67	7	60	77	70	57
90	4	20	70	80	90	10
64	60	46	54	64	74	4
76	16	76	60	66	86	70
54	5	54	64	44	50	45
98	29	68	78	89	88	98
73	63	38	37	70	73	83
83						
89						

2 Comparer des nombres
(Evaluations nationale CE1)

54	51	36	24	59	72	63	68
41	28	78	93	23	25	75	88
53	68	21	17	77	62	41	37
18	12	79	91	31	37	69	71
89	92	37	51	81	75	62	48

3 Ordonner des nombres entiers
(Evaluation du socle commun fin de cycle 2)

2180 2305 2192 235 2185

Quel(s) aspect (s) de la numération est (sont) évalué(s) ?
Quelle connaissances mobilisées ?
Numération orale et/ou principe positionnel

COMMENTAIRES

❶ Il s'agit d'identifier le signifiant d'un nombre parlé. Seuls les principes de la numération orale sont en jeu.

❷ et ❸ Pour comparer ou ranger des nombres, la solution peut passer par une connaissance de la suite des nombres en particulier pour des nombres situés dans une proximité (54 et 51, ou 2180 et 2185) et dans d'autres cas par la mobilisation des aspects positionnels de la numération (par exemple 37 et 51, ou 2305 et 2192).

On voit que les deux numérations peuvent être en jeu et constituer pour l'enseignant une difficulté pour proposer les interventions didactiques adaptées

EVALUER PAS SI FACILE !

Composer un nombre: écriture en unités vers écriture en chiffres
(Evaluation fin cycle 2). % de réussite.

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités =	91%	
8 dizaines + 2 centaines + 5 unités =	78%	
5 centaines + 12 dizaines + 3 unités =	39%	

Quel(s) aspect (s) de la numération est (sont) évalué(s) ?
Quelle connaissances mobilisées ?
(Numération orale – Principe décimal – Principe positionnel)

EVALUER PAS SI FACILE !

Composer un nombre: écriture en unités vers écriture en chiffres
(Evaluation fin cycle 2)

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités =	91%	Principe de position ou Juxtaposition des chiffres
8 dizaines + 2 centaines + 5 unités =	78%	Principe de position ou Le nom des nombres (deux-cents-quatre-vingt-cinq) ou $200 + 80 + 5$
5 centaines + 12 dizaines + 3 unités =	39%	Principe de position et Principe décimal

COMMENTAIRES

Influence importante de deux variables:

- L'ordre de présentation
- Le nombre d'unités de chaque ordre -> Les relations entre unités sont en jeu (cas des unités de numération >9)

Des techniques qui ne sont pas directement associées aux savoirs de référence produisent les mêmes résultats mais rendent « moins visibles » ces savoirs (principes positionnel et décimal).

Interpréter les procédures implique d'avoir accès aux traces écrites des élèves.

LES ENJEUX DU CYCLE 2

Un double défi: consolider la connaissance de la numération orale et construire un nouveau système de numération

Deux systèmes de numération activés en fonction de situations mathématiques différentes.

Numération orale: calcul mental, mémorisation faits numériques...

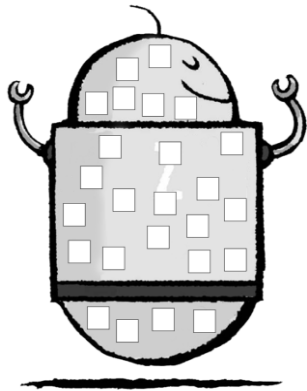
Numération chiffrée et utilisation des propriétés spécifiques (position des chiffres et groupement pas 10) pour résoudre de nouveaux problèmes:

- Technique opératoire du calcul posé
- Ranger, encadrer des nombres
- Les système métriques (conversion)

... Ultérieurement la compréhension des grands nombres et des nombres décimaux

« Une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération de entiers (unité, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les prolonger aux dixièmes, centièmes... ». (Cycle 3)

UNE SEANCE EN CLASSE DE CP: LE ZIGLOTRON



VOIR VIDÉO

« [MOUNIER-ZIGLOTRON](#) »

Extrait vidéo Eric MOUNIER

Maître ce conférence en didactique des mathématiques
ESPE Créteil

Pourquoi les élèves ne font-ils pas le lien entre le nombre de paquets de dix et les chiffres dans l'écriture chiffrée du nombre ?

DEUX NUMERATIONS POUR DESIGNER LE MEME NOMBRE

[cinquante-deux]

Nom du
nombre

Cinquante deuxième

Deux après cinquante

Oral

« 52 »

Ecriture
chiffrée

$$5 \times 10 + 2$$

Ecrit

COMMENTAIRES

Deux principes sous-jacents très différents:

« cinquante-deux » (le nom du nombre sans chiffres).

Deux façons de le comprendre liées à la comptine numérique:

- Dernier mot prononcé (cinquante deuxième)
- Deuxième mot après cinquante en référence à une structure récurrente (trente-deux; deux après trente...)

→ De l'ordre de la succession, ordinal

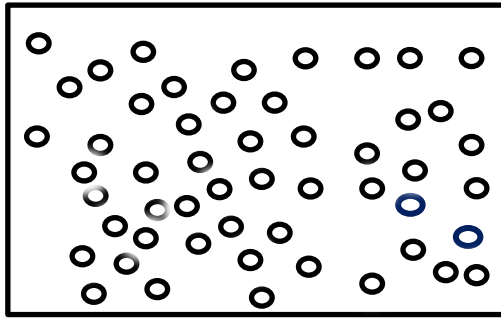
« 5 » et « 2 » (le nom du nombre n'est pas nécessaire) c'est l'écriture chiffrée de la décomposition polynomiale. → De l'ordre de l'arithmétique

- ❖ Numération écrite chiffrée n'est pas la version écrite de la numération orale (« cinquante-deux » ne s'écrit pas « 502 »)
- ❖ Numération orale n'est pas la version parlée de la numération écrite (« 52 » ne se dit pas « cinq-deux »)

LA TACHE DE DÉNOMBREMENT D'UNE COLLECTION

[cinquante-deux]

Nom du
nombre



« 52 »

Ecriture
chiffrée

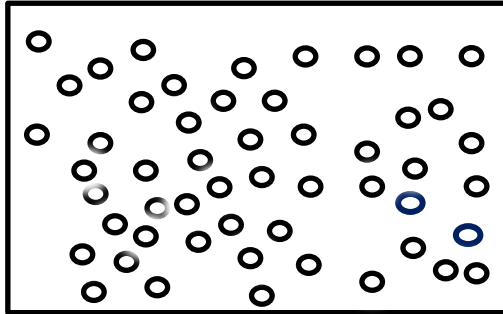
Cinquante deuxième

Deux après cinquante

$$5 \times 10 + 2$$

[cinquante-deux]

Nom du
nombre



« 52 »

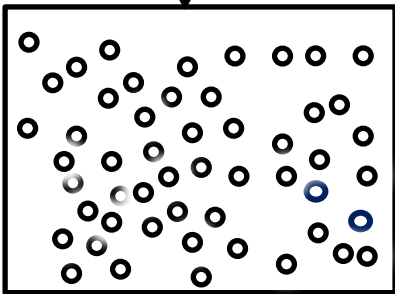
Ecriture
chiffrée

$$5 \times 10 + 2$$

Cinquante deuxième

Deux après cinquante

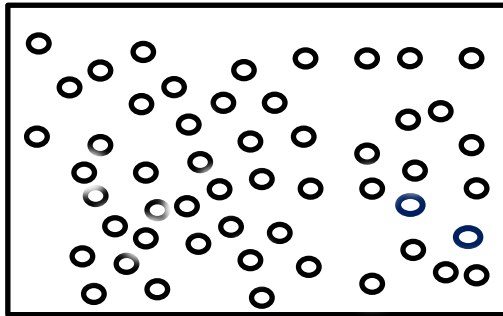
Comptage
un, deux, trois, ...
cinquante-deux.



Pas d'organisation de la collection
= compétence d'énumération

[cinquante-deux]

Nom du
nombre



« 52 »

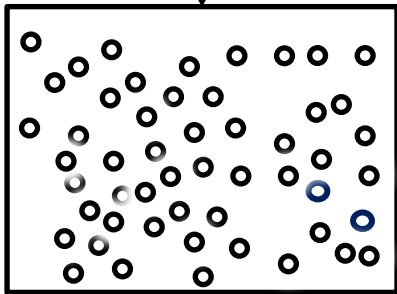
Ecriture
chiffrée

$$5 \times 10 + 2$$

Cinquante deuxième

Deux après cinquante

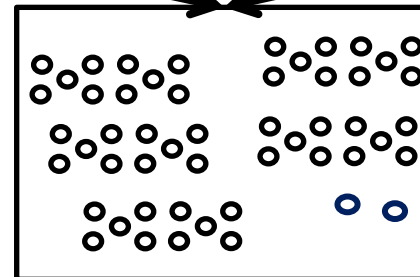
Comptage
un, deux, trois, ...
cinquante-deux.



Pas d'organisation
de la collection

Comptage dix,
vingt, ..., cinquante,
cinquante-et-un,
cinquante-deux

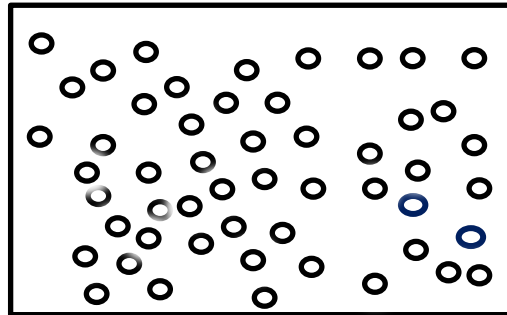
Comptage des dizaines (5)
puis des unités restantes
(2) et codage en accolant
les chiffres : **52**



Organisation de la collection

[cinquante-deux]

Nom du
nombre



« 52 »

Ecriture
chiffrée

Cinquante deuxième

Comptage
un, deux, trois, ...
cinquante-deux.

Deux après cinquante

Comptage dix,
vingt, ..., cinquante,
cinquante-et-un,
cinquante-deux

$5 \times 10 + 2$

Comptage des dizaines
(5) puis des unités
restantes (2)
et codage en accolant
les chiffres : **52**

On ne connaît pas le
nombre de dizaines

COMMENTAIRES

Pour une même collection organisée

L'une permet d'obtenir un signifiant oral et l'autre une écriture chiffrée

- Dans le premier cas, la réponse s'appuie sur l'énumération de repères oraux 10, 20, 30... comptine, file numérique orale. On ne connaît pas le nombre de dizaines dans la mise en œuvre des procédures propres à la numération orale/parlée.
(Cf. vidéo « Ziglotron »)
- Dans le second cas, on s'appuie sur le nombre de dizaines et d'unités pour coder la collection en numération chiffrée.
Il n'est pas nécessaire de connaître le nom du nombre.

LA NUMÉRATION DANS LES PROGRAMMES

Programmes 2016 pour le cycle 2 modifiés par le BO du 26-7-2018
(Les ajustements 2018 sont barrés ou ombrés)

COMPRENDRE ET UTILISER DES NOMBRES ENTIERS POUR DÉNOMBRER,
ORDONNER, REPÉRER, COMPARER

Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisant,
notamment par des groupements par dizaines, centaines et milliers.

~~Utiliser diverses stratégies de dénombrement.~~

- ~~• Procédures de dénombrement (décompositions/recompositions additives ou multiplicatives, utilisations d'unités intermédiaires : dizaines, centaines, en relation ou non avec des groupements).~~
- Désignation du nombre d'éléments de diverses façons : écritures additives ou multiplicatives, écritures en unités de numération, écriture usuelle.
- Utilisation de ces diverses désignations pour comparer des collections.

LA NUMÉRATION DANS LES PROGRAMMES

Programmes 2016 pour le cycle 2 modifiés par le BO du 26-7-2018
(Les ajustements 2018 sont barrés ou ombrés)

NOMMER, LIRE, ÉCRIRE, REPRÉSENTER DES NOMBRES ENTIERS

Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral (...)).

Interpréter les noms des nombres à l'aide des unités de numération et des écritures arithmétiques.

Utiliser des écritures en unités de numération (5d 6u, mais aussi 4d 16u ou 6u 5d pour 56).

- Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres).
- Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position).
- Noms des nombres.

Itérer une suite de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100.

La numération dans les programmes

PROPOSITIONS REPÈRES ANNUELS SOUMISES À CONSULTATION (NOV. 2018)

CP

Dès la **période 2**, ils réalisent des groupements par 10. Ils s'exercent à échanger 10 unités pour une dizaine, et inversement. Le travail de groupements par 10 permet d'aborder rapidement les nombres supérieurs à 20 (jusqu'à 60 au moins) pour travailler sur les aspects positionnel et décimal de la numération

Dès le **début de l'année**, les élèves étudient de façon systématique la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100.

La désignation orale des nombres est démarrée en **période 3**

CE1

Dès le **début de l'année**, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des centaines.

La connaissance des nombres jusqu'à 100 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.

CE2

Dès le **début de l'année**, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des milliers.

Parallèlement, la connaissance des nombres jusqu'à 1 000 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.

COMMENTAIRES

Les programmes accordent une place importante à la numération écrites et présentent les deux aspects de la numération, aspects positionnel et décimal, comme des enjeux essentiels dès le cycle 2 : « unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres) » et « valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position) ».

Cette nouvelle orientation des programmes s'appuie notamment sur la préconisation d'un travail sur les compositions et décompositions en unités de numération en cycle 2 comme en cycle 3.

Les propositions de repères annuels font référence à deux systèmes de numération distincts et explicitement à deux progressions distinctes avec pour préconisation de faire précéder l'étude des principes de la numération décimale chiffrée de l'étude de leur désignation orale.

L'accent en début de CP est mis sur les prérequis (groupements par 10) pour la construction des principes de la numération décimale et positionnelle

CONSTRUIRE LE SYSTÈME DE NUMÉRATION CHIFFRÉE

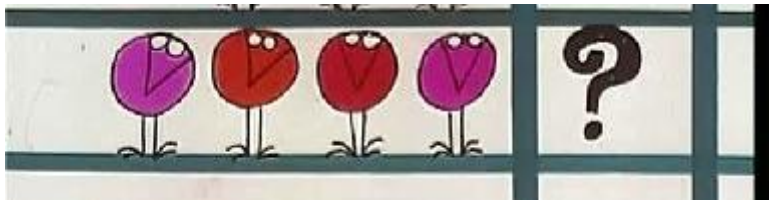
Pistes de réflexion

- Une logique de distinction: deux progressions distinctes pour la désignation orale et la numération chiffrée
- Construire une écriture chiffrée à partir de nombres dont les élèves ne connaissent pas le nom
- Des situations qui rendent visibles la nécessité de mobiliser des principes propres à la numération décimale et positionnelle.

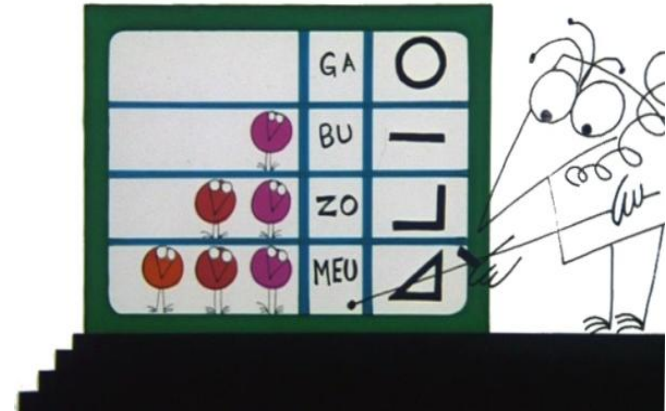
ET LES SHADOKS COMPTAIENT...

VOIR LA VIDÉO
« LES SHADOKS 1 »

Les shadoks ne disposent que de quatre signes.
Comment coder le nombre suivant en appliquant les principes de groupement et de position ?



REPONSE: — ○

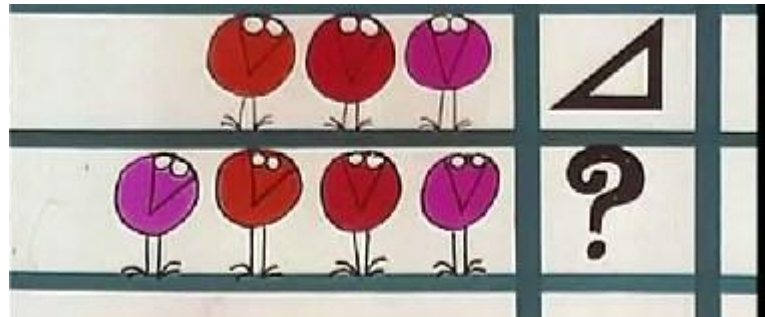


Dans cette situation de formation, seule la connaissance et la mobilisation des principes de la numération écrite permettent de coder la collection. (Base 4)

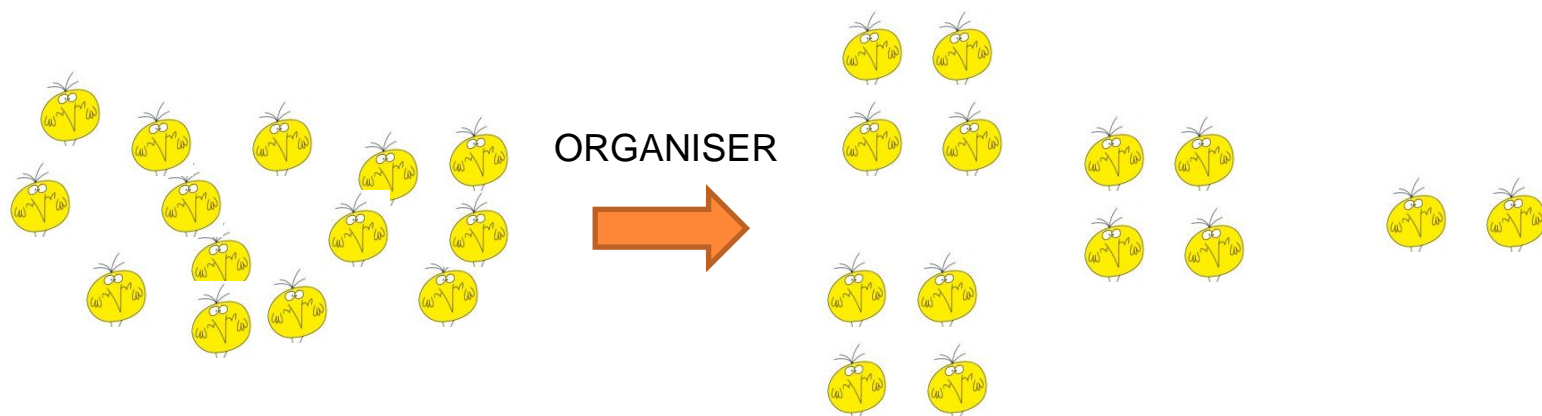
ET LES SHADOKS COMPTAIENT...

Les shadoks disposent de quatre signes.
Comment construire un système de numération pour coder et décoder une collection ?

VOIR LA VIDÉO
« LES SHADOKS 2 »



CODER UNE COLLECTION ORGANISEE



Coder la collection chez les shadoks (base 4 quaternaire) nécessite de procéder à des groupements identiques.

CODER



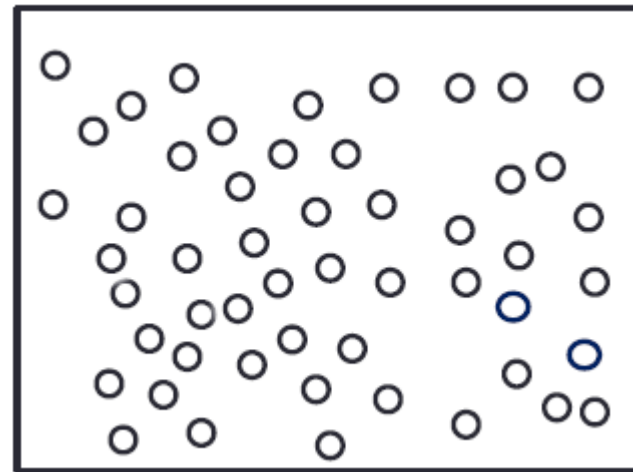
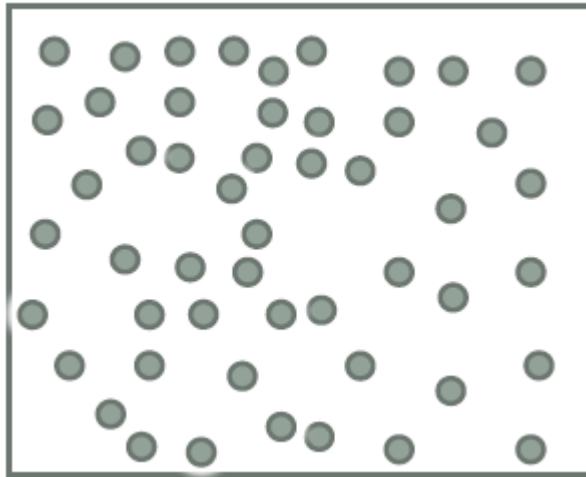
REPONSE



ETAPES POUR CONSTRUIRE LE SYSTEME DE NUMERATION CHIFFREE

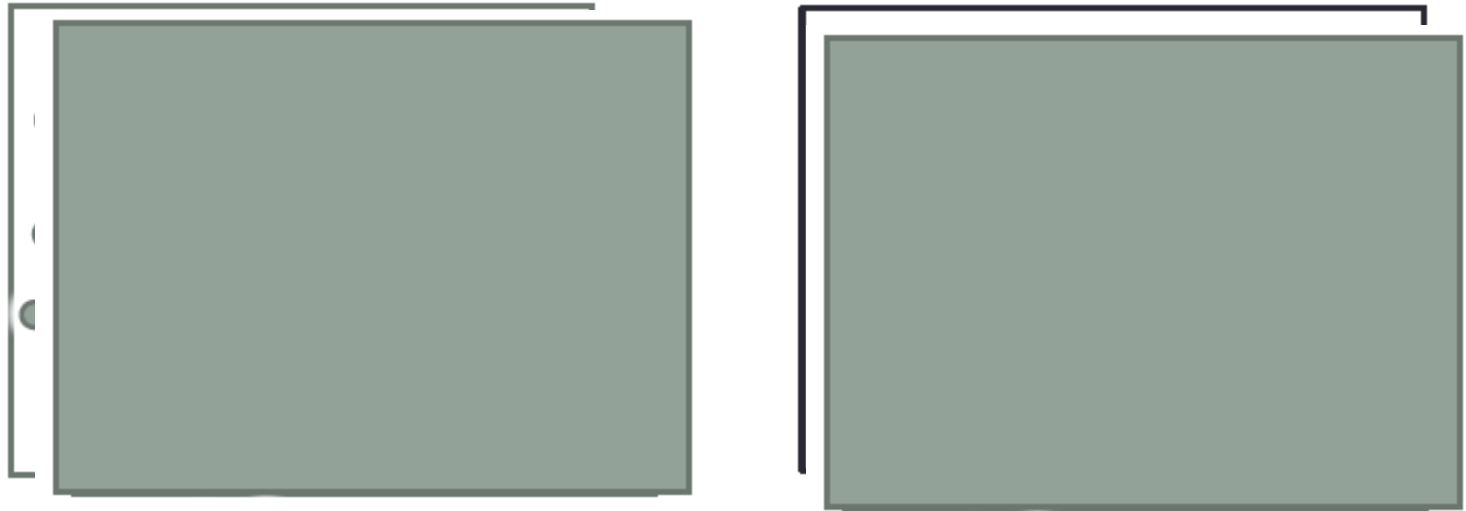
- Faire ressortir la nécessité du groupement pour la comparaison visuelle de collections = tâche de comparaison: organiser une collection pour comparer
- Coder des collections organisées
- Utiliser le vocabulaire des unités de numération pour verbaliser les actions : unités, dizaines, centaines...
- Composer et décomposer en unités de numération

COMPARER – ORGANISER - CODER



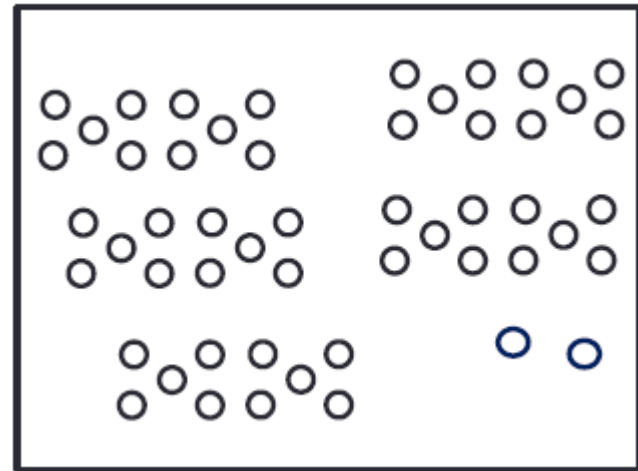
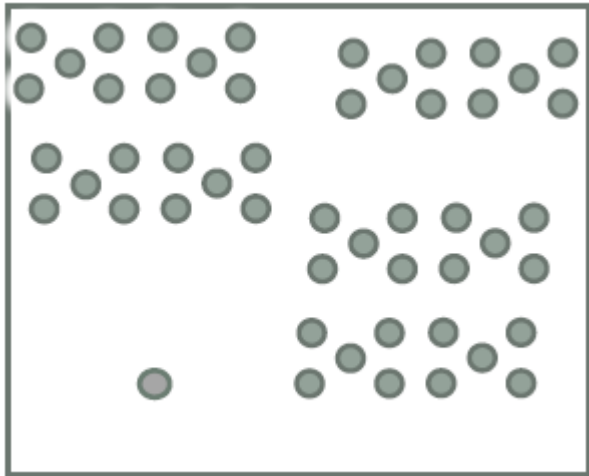
Comparer (rapidement
sans comptage !)

COMPARER – ORGANISER - CODER



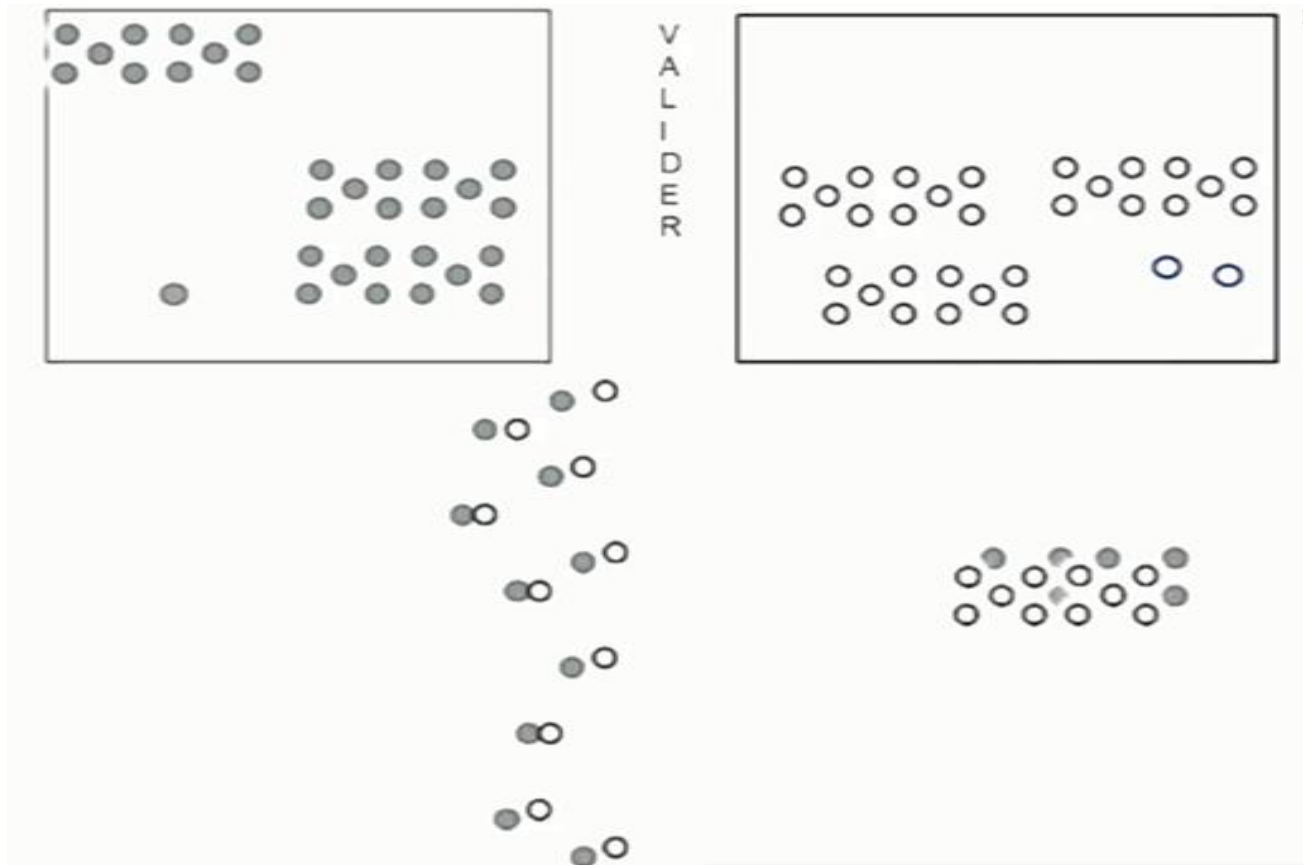
Comparer

COMPARER – ORGANISER - CODER



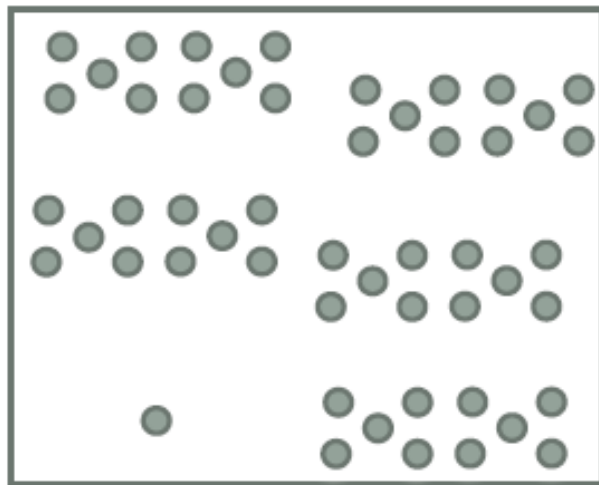
Organiser pour comparer (rapidement sans comptage)
Comprendre l'utilité de de l'organisation de la collection pour comparer

COMPARER – ORGANISER - CODER



Valider par couple de jetons
et couple de dizaines pour
éviter d'utiliser le comptage

COMPARER – ORGANISER - CODER



C
O
D
E
R

E
C
R
I
R
E

Cinq dizaines et un

XXXXX I

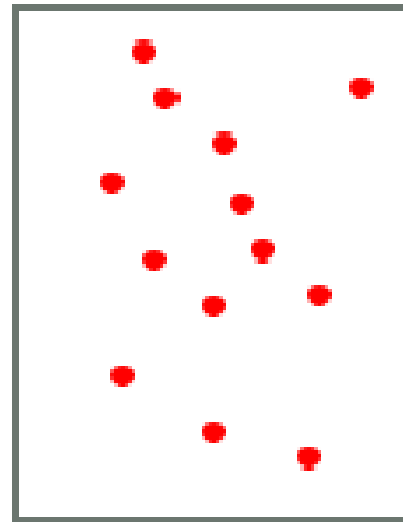
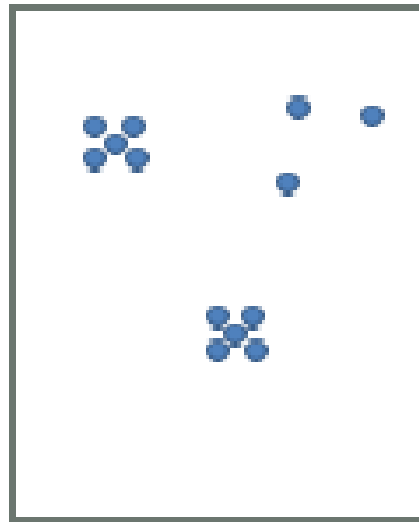
5X 1

5
1

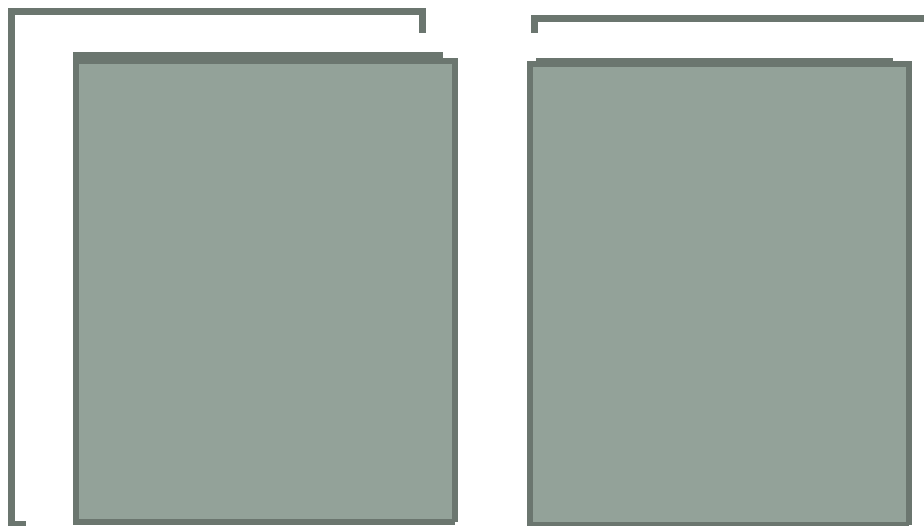
51

Comprendre l'utilité d'une écriture pour coder l'organisation d'une collection , pour communiquer, pour mémoriser.
Faire le choix de l'écriture chiffrée usuelle

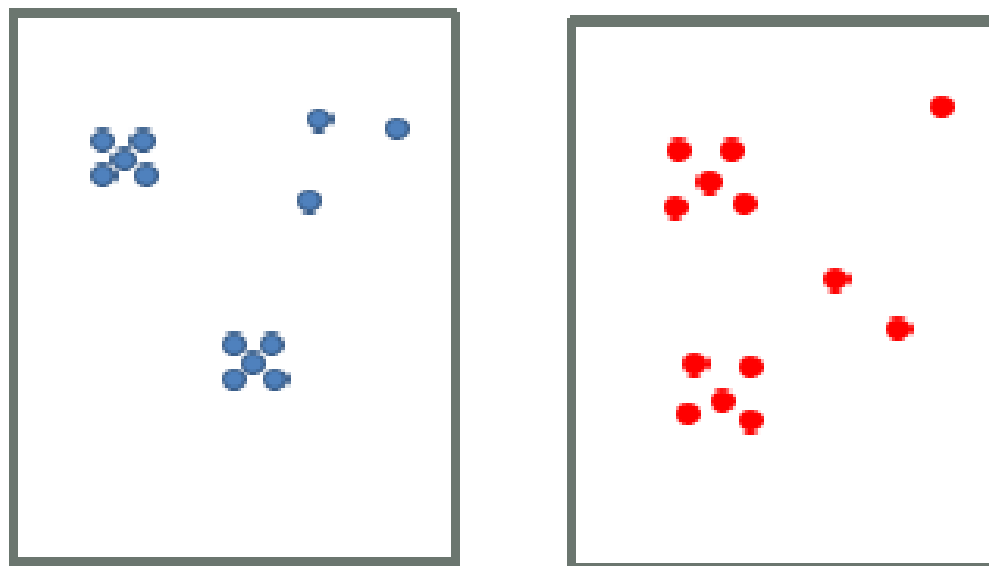
COMPARER RAPIDEMENT LE CARDINAL DE DEUX COLLECTIONS EN AUGMENTANT LES QUANTITES EN JEU



COMPARER RAPIDEMENT LE CARDINAL DE DEUX COLLECTIONS EN AUGMENTANT LES QUANTITES EN JEU

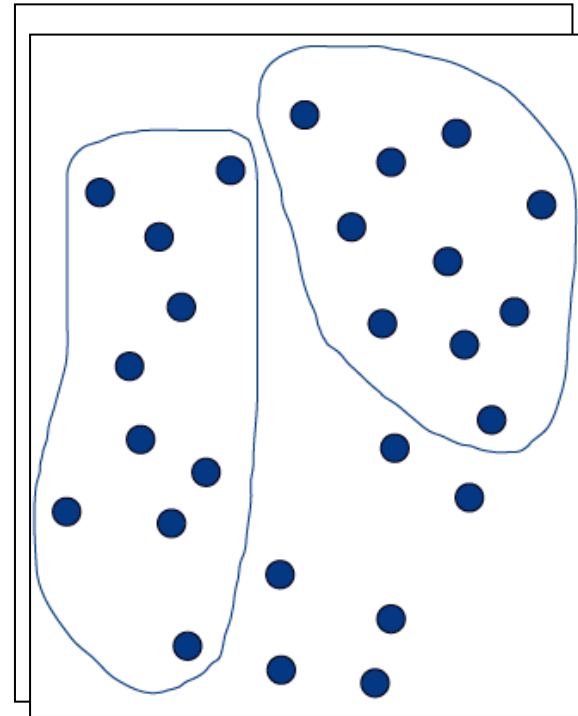
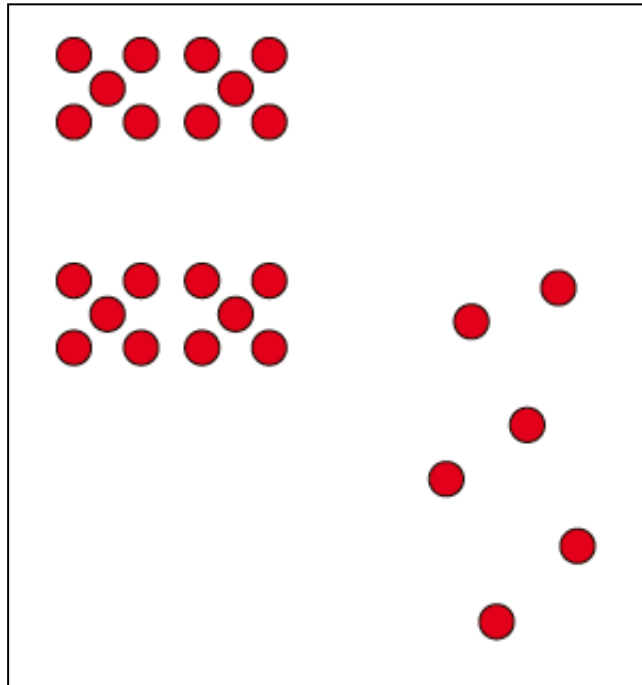


COMPARER RAPIDEMENT LE CARDINAL DE DEUX COLLECTIONS EN AUGMENTANT LES QUANTITES EN JEU



La solution du problème passe par l'organisation en groupes identiques.

COMPARER RAPIDEMENT LE CARDINAL DE DEUX COLLECTIONS EN AUGMENTANT LES QUANTITES EN JEU



la solution du problème passe par l'organisation en groupes à l'initiative des élèves sans passer par le nom des nombres.

ECRITURES EN UNITES DE NUMERATION

Progression avec les unités de numération

Quel(s) aspect(s) de la numération ?

Ni positionnel Ni décimal	Positionnel	Décimal	Positionnel et décimal

Comparer les expressions

12d 5u et 1c 5d 3u

9u 1c et 2d 1c

12d 5u et 1c 53u

5u 12d et 53u 1c

3d 4u 1c et 3u 1c 5d

12u 9d et 1c 10u 1d

1c et 8d 3u

9d 12u et 1c 1d 10u

23u 9d et 2d 1c 15u

ECRITURES EN UNITES DE NUMERATION

Progression avec les unités de numération

Quel(s) aspect(s) de la numération ?

Ni positionnel Ni décimal	Positionnel	Décimal	Positionnel et décimal
	9u 1c et 2d 1c		
	3d 4u 1c et 3u 1c 5d		

12d 5u et 1c 5d 3u

12d 5u et 1c 53u

5u 12d et 53u 1c

12u 9d et 1c 10u 1d

1c et 8d 3u

9d 12u et 1c 1d 10u

23u 9d et 2d 1c 15u

ECRITURES EN UNITES DE NUMERATION

Progression avec les unités de numération

Quel(s) aspect(s) de la numération ?

Ni positionnel Ni décimal	Positionnel	Décimal	Positionnel et décimal
	9u 1c et 2d 1c	12d 5u et 1c 53u	
	3d 4u 1c et 3u 1c 5d	9d 12u et 1c 1d 10u	

12d 5u et 1c 5d 3u

5u 12d et 53u 1c

1c et 8d 3u

12u 9d et 1c 10u 1d

23u 9d et 2d 1c 15u

ECRITURES EN UNITES DE NUMERATION

Progression avec les unités de numération

Quel(s) aspect(s) de la numération ?

Ni positionnel Ni décimal	Positionnel	Décimal	Positionnel et décimal
	9u 1c et 2d 1c	12d 5u et 1c 53u	5u 12d et 53u 1c
	3d 4u 1c et 3u 1c 5d	9d 12u et 1c 1d 10u	12u 9d et 1c 10u 1d
			23u 9d et 2d 1c 15u

12d 5u et 1c 5d 3u

1c et 8d 3u

ECRITURES EN UNITES DE NUMERATION

Progression avec les unités de numération

En tenant compte des situations de références et des principes mathématiques associés

Ni positionnel Ni décimal	Positionnel	Décimal	Positionnel et décimal
12d 5u et 1c 5d 3u	9u 1c et 2d 1c	12d 5u et 1c 53u	5u 12d et 53u 1c
1c et 8d 3u	3d 4u 1c et 3u 1c 5d	9d 12u et 1c 1d 10u	12u 9d et 1c 10u 1d
			23u 9d et 2d 1c 15u