

Numération et calculs au cycle 2

Parcours de formation en mathématiques cycle 2

6^{ème} circonscription de Colombes 1

6 février 2019

Plan du parcours de formation

Ce parcours de formation se déroule en trois temps :

Temps 1

- Mercredi 23 janvier 2019 (*2 heures*)
- 9h30 – 12h00 : Enseignants des territoires M.JOLY et DURAS
- 13h00 – 15h30 : Enseignants des territoires PAPAREMBORDE et LAKANAL

Temps 2

- Mise en œuvre dans la classe et travail d'équipe (*4 heures 30*)

Temps 3

- Mercredi 10 avril 2019 (*2 heures 30*)

Les objectifs du présentiel 1

- Deux systèmes de numération : numération orale et numération écrite.
- Quelle numération utilise-t-on pour le calcul posé et pour le calcul mental ?
- Comment intervient le calcul en ligne pour les deux types de calcul : calcul posé puis calcul mental ?

Numération

Voir deuxième diaporama



Calculs

Rapport VILLANI - TOROSSIAN

21 mesures pour l'enseignement des mathématiques, 12/02/2018

Rapport - Cédric Villani, député de l'Essonne et Charles Torossian, inspecteur général de l'éducation nationale

<http://www.education.gouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html>

Place centrale au calcul

Nombres et calculs

- **11 - Sens des nombres et des opérations**

Cultiver le sens des quatre opérations dès le CP. L'enseignement effectif des grandeurs et mesures à l'école primaire vient soutenir le sens des nombres et des opérations.

- **12 - Automatismes**

Développer les automatismes de calcul à tous les âges par des pratiques rituelles (répétition, calculs mental et intelligent, etc.), pour favoriser la mémorisation et libérer l'esprit des élèves en vue de la résolution de problèmes motivants.

Enseigner « les 4 opérations »

BO spécial n°3 du 26 avril 2018 - note de service n° 2018-051 du 25-4-2018

Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire

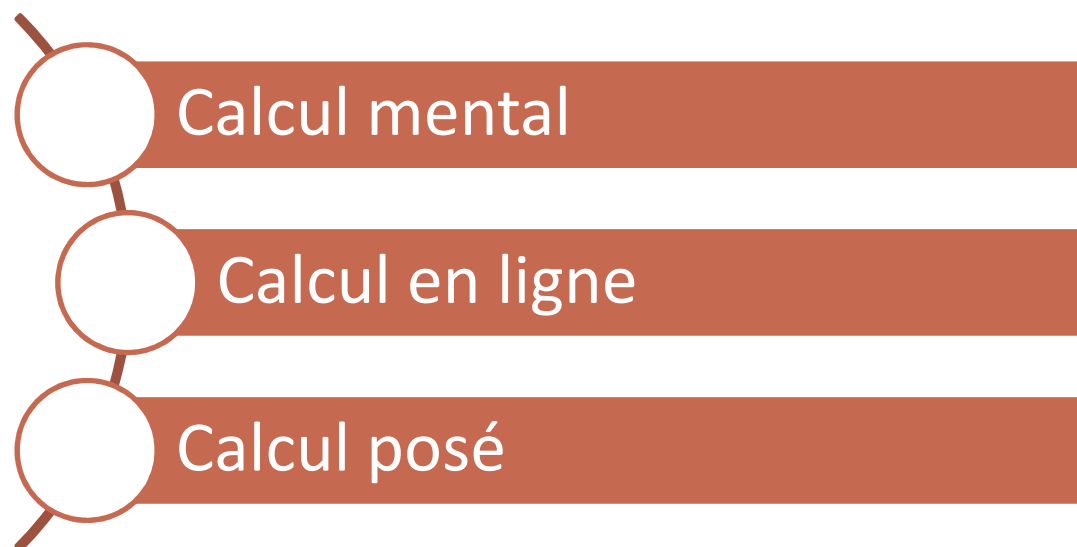
http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=128731

Il est important de différencier :

- l'opération mathématique
- la symbolisation
- l'algorithme opératoire

« L'apprentissage des quatre opérations à l'école primaire repose d'abord sur la compréhension du sens de ces opérations. L'apprentissage de l'usage du symbole mathématique associé et a fortiori celui d'un algorithme opératoire peuvent arriver dans un deuxième ou un troisième temps. »

Différentes composantes de l'enseignement du calcul



« Il n'y a pas lieu d'opposer les différents modes de calcul. **Chacun doit faire l'objet d'un entraînement spécifique.** L'élève, lorsqu'il doit produire un résultat, par exemple pour une résolution de problèmes, doit **pouvoir choisir le mode de calcul** qui lui paraît, à lui, dans cette situation, avec ses connaissances, le plus sûr et/ou le plus rapide et/ou le plus facile. »

BO spécial n°3 du 26 avril 2018 - note de service n° 2018-051 du 25-4-2018

Les différents types de calcul en lien avec les numérations orale et écrite

Conférence de Nathalie PFAFF, du 24/09/2018

Professeure agrégée de mathématiques à l'ESPE de l'académie de Créteil,
Docteure en Sciences de l'Education

Les différents types de calcul en lien avec les numérations orale et écrite

Conférence de Nathalie PFAFF,

Professeure agrégée de mathématiques à l'ESPE de l'académie de Créteil, Docteure en Sciences de l'Education

- Le calcul posé : l'addition et la soustraction
- Le calcul mental
- Comment intervient le calcul en ligne pour les deux types de calcul : calcul posé puis calcul mental ?

Définition du calcul posé

- « *Le calcul posé est une modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un algorithme opératoire.* »
(Eduscol, *le calcul aux cycles 2 et 3*, p. 1)
- « *Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue [...] du calcul posé, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme, c'est-à-dire d'une succession d'étapes utilisées tout le temps dans le même ordre et de la même manière indépendamment des nombres en jeu.* »
(Eduscol, *le calcul aux cycles 2 et 3*, p. 1)
- « *Le calcul posé donne l'occasion de réinvestir les faits numériques (tables d'addition et de multiplication en particulier) et les connaissances sur la numération.* »
(Eduscol, *le calcul aux cycles 2 et 3*, p. 2)

L'addition posée

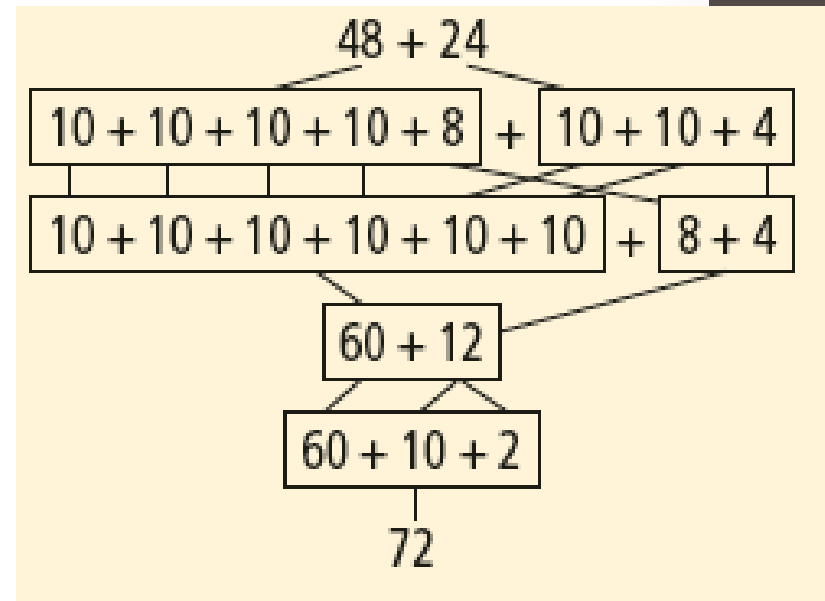
- Quel calcul en ligne pour introduire l'addition posée ?

Quelques calculs en ligne issus des fichiers proposés pour introduire l'addition posée sur l'exemple $48 + 24$:

$$48 + 24 = 48 + 20 + 4 = 68 + 4 = 72$$

$$48 + 24 = 40 + 20 + 8 + 4 = 60 + 12 = 72$$

$$\begin{array}{ll} 48 + 24 & 8 + 4 = 10 + 2 \\ 40 + 20 + 10 = 70 & 70 + 2 = 72 \end{array}$$



L'addition posée

- Quel calcul en ligne pour introduire l'addition posée ?

$$\begin{array}{r} 1 \\ 48 \\ + 24 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$8u + 4u = 12u \text{ et } 12u = 1d + 2u$$

$$1d + 4d + 2d = 7d$$

$$\begin{aligned} 48 + 24 &= 4d + 8u + 2d + 4u \\ &= 4d + 2d + 12u \\ &= 4d + 2d + 1d + 2u \\ &= 7d + 2u \\ 48 + 24 &= 72 \end{aligned}$$

$$48 + 24$$

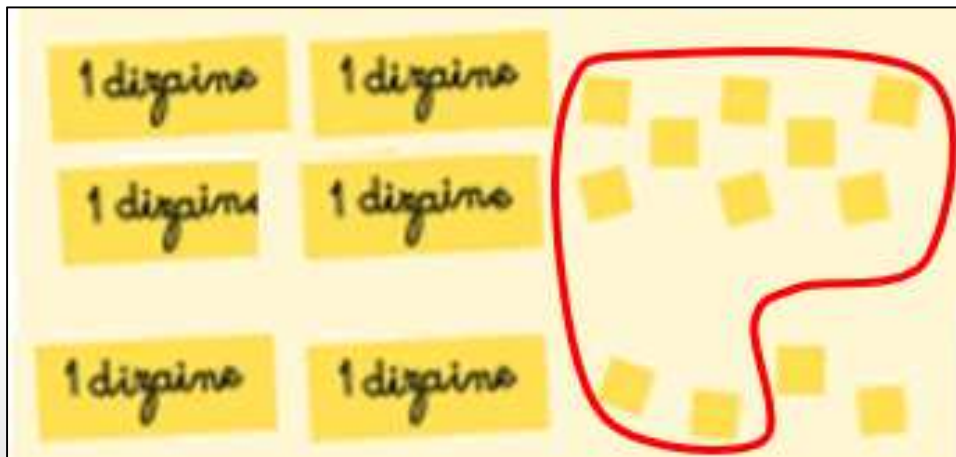
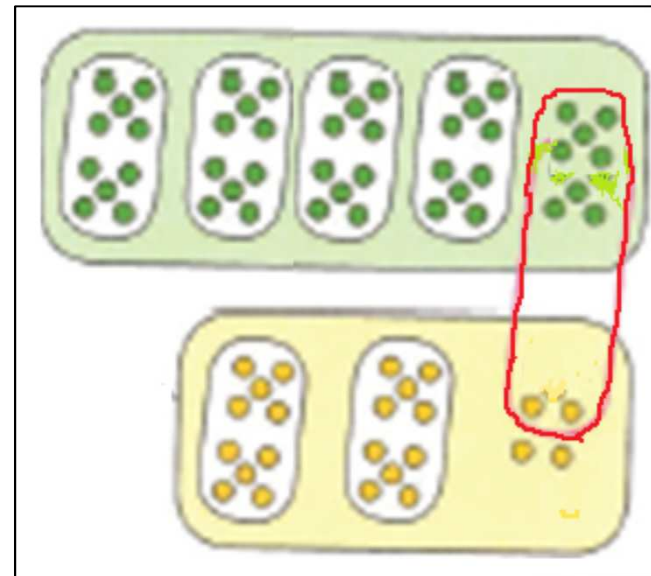
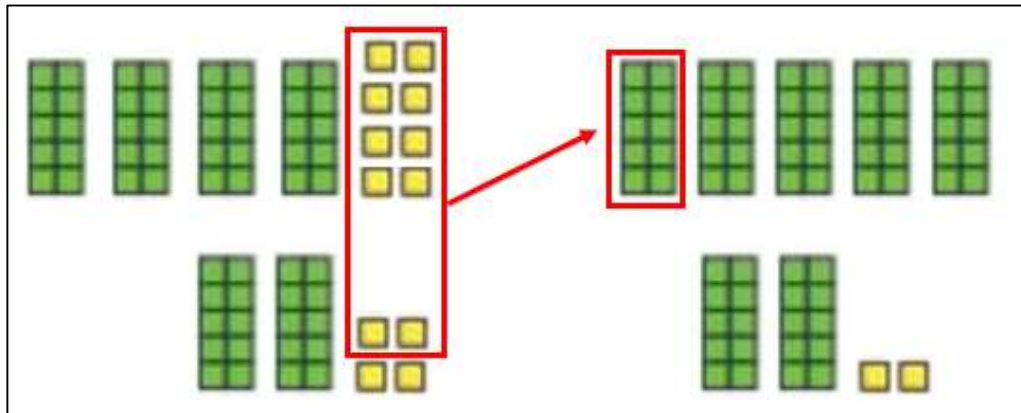
$$40 + 20 + 10 = 70$$

$$8 + 4 = 10 + 2$$

$$70 + 2 = 72$$

L'addition posée

- Quelle représentation pour introduire le calcul posé ?

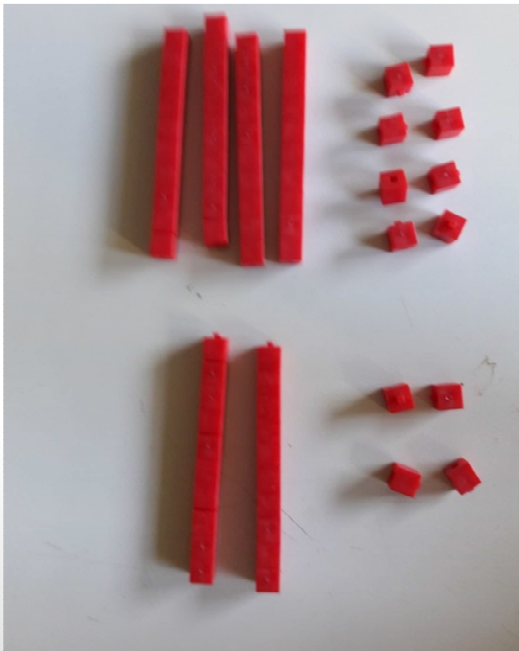


L'addition posée

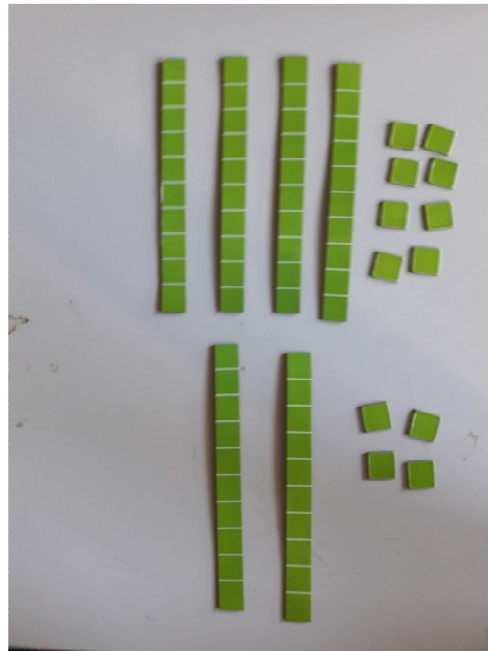
- Progression dans le matériel utilisé pour l'addition posée

$$48 + 24$$

Dizaines détachables



Dizaines non détachables



Dizaines écrites



La soustraction posée

$$72 - 25$$

Méthode par cassage

$$\begin{array}{r} 6 \ 12 \\ \cancel{7} \cancel{2} \\ - \ 2 \ 5 \\ \hline 4 \ 7 \end{array}$$

$$72 - 25 = 7d + 2u - 2d - 5u$$

$$72 - 25 = 6d + 12u - 2d - 5u$$

$$72 - 25 = 4d + 7u$$

$$72 - 25 = 47$$

La soustraction posée

$$72 - 25$$

Méthode « française » / par compensation

$$\begin{array}{r} 7 \ 2 \\ - \ 2 \ 5 \\ \hline 4 \ 7 \end{array}$$

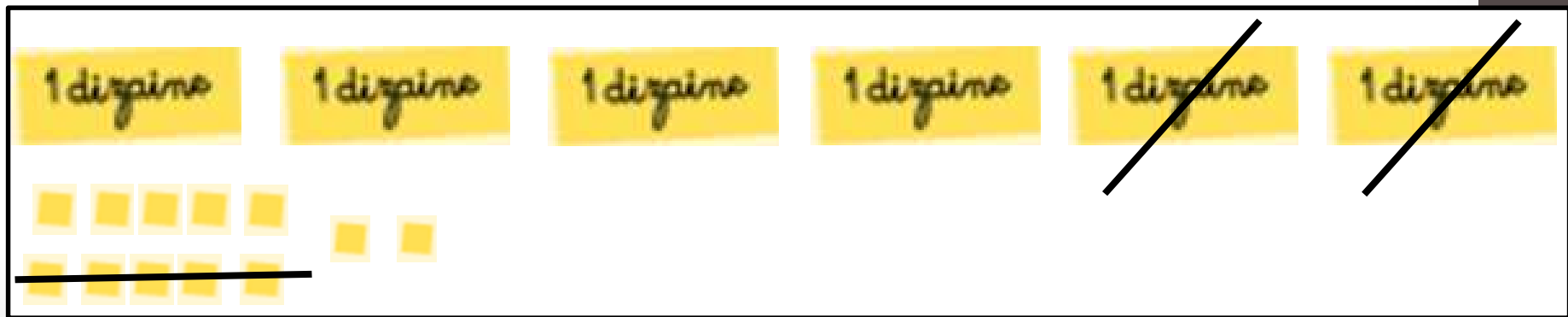
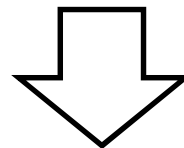
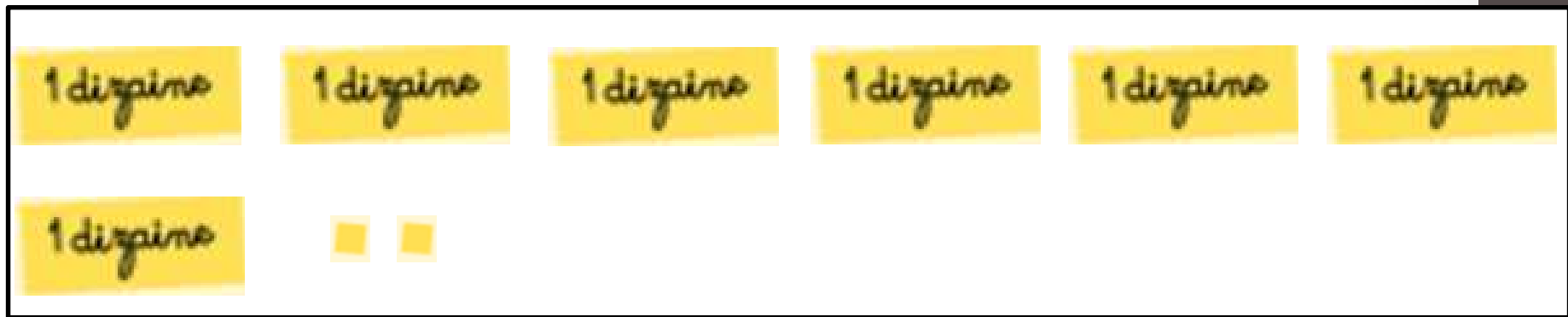
$$72 - 25 = 7d + 2u - (2d + 5u)$$

$$72 - 25 = (7d + 2u + 10u) - (2d + 5u + 1d)$$

$$72 - 25 = 7d + 12u - 3d - 5u$$

$$72 - 25 = 4d + 7u$$

La manipulation avec la méthode par cassage



Le sens de l'opération avec la méthode par cassage

Transformation de quantités		
Recherche de la quantité finale pour une transformation négative	Recherche de la transformation	Recherche de la quantité initiale pour une transformation positive

Comparaison de quantités	
Recherche d'une des quantités comparées	Recherche de la comparaison

Réunion de quantités
Recherche d'une des quantités initiales

La manipulation avec la méthode par compensation

1 dizaine 1 dizaine 1 dizaine 1 dizaine ~~1 dizaine~~ ~~1 dizaine~~ ~~1 dizaine~~



~~1 dizaine~~ ~~1 dizaine~~ ~~1 dizaine~~



Le sens de l'opération avec la méthode par compensation

Comparaison de quantités	
Recherche d'une des quantités comparées	Recherche de la comparaison

Transformation de quantités		
Recherche de la quantité finale pour une transformation négative	Recherche de la transformation	Recherche de la quantité initiale pour une transformation positive

Réunion de quantités
Recherche d'une des quantités initiales

Vers une continuité de la méthode pour la soustraction

Extrait d'un manuel de CE2

« Lorsque le grand nombre a 3 chiffres et lorsqu'il s'écrit avec un zéro comme chiffre des dizaines, la gestion d'une telle procédure devient beaucoup plus complexe :

$$\begin{array}{r} 5 \quad 9 \\ \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad 1 \quad 4 \\ - \quad 4 \quad 2 \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

Pour transformer une dizaine en 10 unités, comme le chiffre des dizaines est zéro, il faut d'abord casser une centaine qui devient 10 dizaines. On peut alors casser l'une de ces 10 dizaines. En fait, le principal reproche qu'on peut faire à cette procédure est qu'elle conduit à une surcharge d'écritures, et qu'à terme **il faudra nécessairement que les élèves apprennent une autre façon de calculer les soustractions en colonnes** (notamment lorsqu'il s'agira de faire des soustractions au sein de divisions posées avec la « potence »).

Définition(s) du calcul mental

« **Le calcul mental est une modalité de calcul sans recours à l'écrit** si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève.

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, **d'écrire des étapes de calcul intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire.** »

(Eduscol, *le calcul aux cycles 2 et 3*, p. 1)

« Parler de calcul mental ne signifie pas que tout se passe sans écrire. [...] L'expression de « calcul mental » signifie qu'entre l'énoncé du problème et l'énoncé du résultat **on renonce à utiliser toute opération posée** (technique opératoire usuelle). Cela n'implique pas qu'aucun support écrit ne puisse intervenir dans la consigne, dans la formulation du résultat **voire même dans le cours du calcul.** »

(Document d'accompagnement des programmes 2002, p. 33)

Calcul en ligne /calcul mental

Le calcul $18 + 5$ est-il à proposer en calcul mental en CP ?

« Le calcul mental et le calcul en ligne vivent indépendamment mais se nourrissent mutuellement :

- ***les habiletés développées en calcul mental sont au service du calcul en ligne, elles donnent progressivement accès au traitement en ligne de calculs de plus en plus complexes ;***
- ***le calcul en ligne peut aussi être vu comme une étape dans le développement du calcul mental ; le fait d'écrire certaines étapes de calcul permet en effet de libérer la mémoire de travail, favorisant ainsi l'entrée dans le calcul mental pour tous les élèves. »***

(Eduscol, le calcul en ligne, p 1)

Le calcul en ligne vers le calcul mental

$$48 + 24 = 48 + 20 + 4 = 68 + 4 = 72$$

$$48 + 24 = 40 + 20 + 8 + 4 = 60 + 12 = 72$$

$$48 + 24 \quad 8 + 4 = 10 + 2 \quad 40 + 20 + 10 = 70 \quad 70 + 2 = 72$$

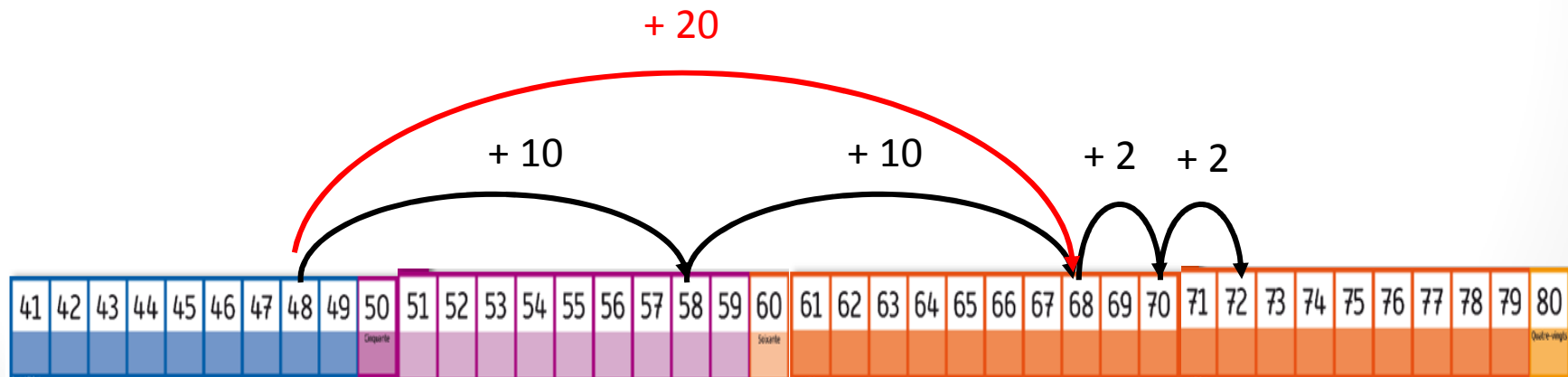
$$48 + 24 = 50 + 24 - 2 = 74 - 2 = 72$$

$$48 + 24 = 48 + 2 + 22 = 50 + 22 = 72$$

Utiliser des représentations pour enseigner le calcul mental

$$48 + 24$$

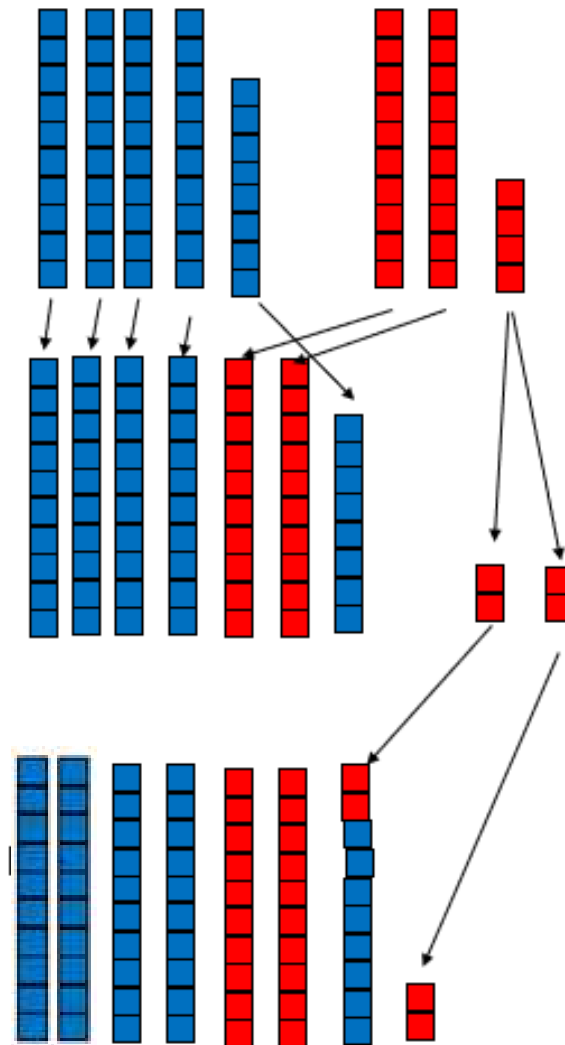
Avec la frise numérique



Utiliser des représentations pour enseigner le calcul mental

$$48 + 24$$

Représentation en dizaines et unités
(en se basant sur la numération orale)



Conclusion pour le calcul

- Il est important de comprendre **quels types** de calcul en ligne doivent être proposés pour aller vers le calcul posé et vers le calcul mental :

En fonction des connaissances sous-jacentes :

- Pour **le calcul posé**, les connaissances qui sont en jeu prioritairement sont **les unités de numération** ;
(= travail sur la numération écrite)
- Pour **le calcul mental**, ce sont **les décompositions additives**
(= priorité sur la numération orale)
- **Institutionnaliser les procédures** en fonction du contexte numérique.
- Utiliser **différentes représentations pour expliciter ces procédures** et enseigner le calcul.

Mise en œuvre
dans le parcours

La mise en œuvre du parcours

Concevoir et mettre en œuvre dans les classes une situation qui s'appuie sur un des aspects présentés sur le premier temps de formation :

- **Une situation CP**
- **Une situation CE1 / CE2**

Il peut s'agir d'une conception, d'une situation modifiée présente dans un manuel ou d'une situation existante qui prend déjà selon vous en compte un des éléments de la formation.

Pour le temps 3 :

Les enseignants en CP d'une part et les enseignants en CE1 et en CE2 d'autre part viendront avec un support de présentation et tout document permettant d'explicitier la situation et l'analyse de sa mise en œuvre. Le lien avec un des aspects de la formation devra être explicite.

Un titre et l'objectif de la situation devront être envoyés par mail **pour le jeudi 4 avril 2019** afin d'organiser le 3^{ème} temps de formation.