

## Calcul Mental Cycle 3

Le texte qui suit se compose de deux parties.

- La première partie liste un certain nombre de points sur lesquels il me semble nécessaire de se mettre d'accord pour démarrer des activités de Calcul mental
- La deuxième partie liste des activités (non exhaustive, bien évidemment) de ce sur quoi peuvent s'appuyer les séances de Calcul Mental.

### Prérequis :

Sous le terme « calcul mental », nous insisterons sur deux types d'activités de nature fort différente même si certaines se rejoindront.

- Calcul réfléchi : Pour aboutir à un résultat, on mettra l'accent sur les procédures permettant de trouver des résultats. Dans certains cas ce calcul est un pas nécessaire pour aller vers le calcul automatique ou non
  - Réfléchir au calcul de  $1 + 9$  et à celui de  $9 + 1$  de nombreux exercices de ce genre précède une « institutionnalisation » de la « propriété mathématique » dont le nom est la « commutativité » mais dont il me semble inutile de l'assembler à cette procédure. Dans ce cas des exercices comme «  $1 + 58$  ou  $10 + 254$  doivent être des exercices proposés en calcul automatique.
  - Réfléchir à l'ajout ou au retrait de « 9 » à une quantité. Il faut comprendre 9 comme  $10 - 1$  et savoir à la fois le faire, transformer le problème en deux exercices relevant d'automatismes qui eux-mêmes ont été construits et enfin « dire » ce que l'on fait.
- Calcul Automatique : l'exemple le plus évident est la connaissance des tables d'addition ou de soustraction. Ces connaissances se construisent en multipliant les procédures explicitant ces résultats. Mais à un certain moment, il est nécessaire que ces résultats soient connus de façon automatique (et ceci sans faire référence à quelque contexte que ce soit)

Pour les activités de calcul mental, il me semble important d'insister sur les points suivants.

- Le facteur « vitesse » est un facteur nécessaire pour les résultats devant être automatisés. Cependant dans les exercices relevant du calcul réfléchi, cette vitesse ne doit pas être un paramètre dont il faudrait tenir compte
- Par sa nature, le calcul mental ne fait que rarement appel à des contextes. On peut cependant proposer des petits problèmes dont la solution relève d'un calcul « devant être automatisé ». Par exemple, le petit problème suivant peut être proposé lors d'activités de calcul mental
  - Nous sommes le 17 Septembre. Dans 7 jours, quelle sera la date ?
- Souvent le calcul mental est vu comme uniquement proposé oralement. Il me semble nécessaire d'insister sur la possibilité de proposer au tableau ou sur un

polycopié des exercices. La vitesse peut également être mesurée sur des supports écrits.

- Pour mesurer le niveau d'automatisme d'une connaissance, il est possible de la mesurer par des activités classiques (Furet, Lamartinière etc...) mais on peut également proposer des ateliers pendant lesquelles ces connaissances permettent de résoudre les problèmes proposés
  - Carrés magiques
  - Déplacements
  - Briques
  - Suites
  - Etc...
- Voici enfin quelques problèmes qui exigent des connaissances automatisées pour être résolues. De plus, ces problèmes qui ont de nombreuses solutions permettent un travail de groupe et aussi de classes.
  - A l'aide des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 que vous utiliserez une fois et une seule et en utilisant les signes opératoires et le nombre de parenthèses que vous voudrez, essayez d'obtenir 2009. On pourra, bien sûr proposer d'autres nombres ou plus simples 100 par exemple
  - En utilisant 8 fois le nombre 3 et en utilisant les opérations classiques trouver le maximum de nombres entre 0 et 100
  - Comment construire 48 avec 5, 8, 1, 9, 7 du plus grand nombre de façons distinctes.

## Liste d'activités proposées pour le cycle 3

Cette liste ne se veut en aucun cas exhaustive. A chaque fois, nous proposerons une liste d'exercices qui peuvent servir à créer des séances de calcul mental qui seront soit orales soit écrites.

Ces exercices sont proposés dans un certain champ numérique. Il sera, bien sûr nécessaire d'effectuer le transfert pour d'autres champs numériques. Il est tout à fait possible qu'une compétence pour un champ numérique particulier ne se transfère pas de façon évidente à un autre champ numérique.

Nous préciserons par C.A pour des activités relevant du calcul automatique. Dans certains cas, il sera nécessaire de passer par une phase de calcul réfléchi mais les synthèses devront amener à ce que ces activités soient à terme automatisées. Nous indiquerons par C.R les activités relevant du calcul réfléchi. Les activités de ce style ne doivent donc pas être évaluées sur la vitesse de réponse.

Nous proposerons ultérieurement une structure permettant l'organisation de compétitions entre classes sur ce thème.

### 1) Numération

#### a. Décompositions et recompositions

- i.  $300 + 50 + 8 = ?$  et dans le désordre  $8 + 300 + 50 = ?$  C . A
- ii.  $358 = 300 + ? + 8$  et dans le désordre  $358 = ? + 50 + 300$  ou même  $? = 8 + 300 + 50$  C . A
- iii.  $2463 = ? + 2060$  ou  $2463 = 60 + 3 + ?$  etc... C . R

#### b. Chiffres et Nombres

- i. Quel est le chiffre des dizaines de 3451 ? C . A
- ii. Quel est le nombre de centaines de 24562 ? C . A
- iii. On peut proposer des petits problèmes du type suivant
  1. Trouver un nombre de trois chiffres tel que le chiffre des centaines est le double du chiffre des dizaines qui est lui même le double de celui des unités. C . R
  2. Trouver un nombre dont le nombre des dizaines est 28 et le chiffre des unités est 9. C . R

#### c. Numération parlée

- i. On propose plusieurs « mots nombres » et on demande de fabriquer le maximum de nombres distincts composés de ces mots nombres : Avec « quatre », « cent », « vingt » et « trois » nous pouvons fabriquer 183, 324, 380, 423. C . R

#### d. Comptages

- i. Compter de 1 en 1 à l'endroit, à l'envers à partir d'un nombre quelconque. Même exercice en remplaçant 1 par 10 ou 100 C . A
- ii. Compter de 9 en 9 à l'endroit, à l'envers à partir d'un nombre quelconque. Même exercice en remplaçant 9 par 11, 101, 99, 110, 90 etc... C . R

#### e. Ordre

- i. Proposer 5 nombres et les ordonner dans le sens croissant ou décroissant C . A
- ii. Proposer 2 nombres et demander un nombre placé entre ces deux nombres C . A
- iii. Proposer 5 nombres et on demande le plus grand ou le plus petit C . A

- iv. Proposer un nombre et demander un encadrement de ce nombre par deux nombres entiers de dizaines (encadrer 347 par 340 et 350) ou deux nombres entiers de centaines (encadrer 321 par 300 et 400) **C . R**
- v. Approcher un nombre par la dizaine ou la centaine la plus proche (approcher 324 par 320 ou 300 et 382 par 380 et 400) **C . R**

## 2) Opérations

### a. Addition

- i. Connaître les tables oralement en réponse à un écrit ( $4 + 7 = ?$ ) ou dans une table **C . A**
- ii. Connaître les tables s'appliquant à des dizaines et des centaines ( $60 + 80$  ou  $300 + 900$ ) **C . A**
- iii. Additionner 1, 10 ou 100 à un nombre. ( $235 + 10$  mais aussi  $100 + 346$ ) **C . A**
- iv. Etre capable de compléter des additions à trous ( $3 + ? = 11$  ou  $1200 = ? + 700$ ) **C . R**
- v. Travail sur certaines procédures (compléter  $28 + 37 = ? + 29$ , la relation entre deux nombres placés de part et d'autre du signe égal étant l'ajout ou le retrait de 1, 10 etc...) **C . R**
- vi. Somme de trois termes compris entre 1 et 9 **C . R**
- vii. Trouver le chiffre des unités d'une somme de 3 ou 5 termes (Quel est le chiffre des unités de  $564 + 321 + 8753 + 256 + 542$  ?) **C . R**
- viii. Demander la somme d'un nombre avec un nombre à un chiffre ou un nombre entier de dizaines ( $346 + 8$  ou  $70 + 254$  etc...) **C . R**
- ix. Addition et ordre
  - 1. Comparer des écritures additives :  $26 + 37$  et  $35 + 25$  **C . R**
  - 2. Approcher une somme  $26 + 37$  peut être approchée par  $30 + 40$  soit 70. **C . R**
  - 3. Encadrer une somme :  $38 + 45$  par  $30 + 40$  et  $40 + 50$  **C . R**

### b. Soustraction

- i. Connaître les tables oralement en réponse à un écrit ( $15 - 8 = ?$ ) ou dans une table **C . A**
- ii. Connaître les tables s'appliquant à des dizaines et des centaines ( $80 - 60$  ou  $1700 - 900$ ) **C . A**
- iii. Soustraire 1, 10 ou 100 à un nombre. ( $235 - 10$ ) **C . A**
- iv. Etre capable de compléter des soustractions à trous ( $11 - ? = 3$  ou  $? - 8 = 4$  ou  $700 = 1200 - ?$ ) **C . R**
- v. Travail sur certaines procédures (compléter  $37 - 28 = ? - 29$ , la relation entre deux nombres placés de part et d'autre du signe égal étant l'ajout ou le retrait de 1, 10 etc...) **C . R**
- vi. Somme de trois termes compris entre 1 et 9 **C . R**
- vii. Trouver le chiffre des unités d'une différence (Quel est le chiffre des unités de  $358 - 179$  ?) **C . R**
- viii. Soustraction et ordre
  - 1. Comparer des écritures soustractives :  $58 - 29$  et  $60 - 25$  **C . R**
  - 2. Approcher une différence  $56 - 37$  peut être approchée par  $60 - 40$  soit 20. **C . R**

### c. Multiplication

- i. Connaître les tables oralement en réponse à un écrit ( $7 \times 8 = ?$ ) ou dans une table **C . A**

- ii. Connaître les tables s'appliquant à des dizaines et des centaines ( $80 \times 60$  ou  $700 \times 900$ ) **C . A** ces exercices seront proposés si la règle du zéro est dominée
- iii. Connaître certaines tables (tables de 11, 12, 25 et 75 **C . A**)
- iv. Être capable de compléter des multiplications à trous ( $7 \times ? = 56$  ou  $? \times 6 = 42$  ou  $700 = 1200 - ?$ ) **C . R**
- v. A partir d'un résultat en fabriquer plusieurs ( $257 \times 8 = 2056$  demander  $256 \times 8$  ou  $267 \times 8$  etc...) **C . R**
- vi. Connaître le résultat d'un produit par 10, 100 etc... ( $345 \times 10$  ou  $100 \times 35$  ou aussi  $60 \times 400$  etc...) **C . R**
- vii. Travail sur certaines procédures ( $250 \times 37 = ? \times 25$  ou  $2 \times 57 \times 3 = 57 \times ?$ ) **C . R**
- viii. Utiliser la distributivité pour trouver le résultat d'une multiplication par 11, 19, 21, 29, etc... **C . R**
- ix. Trouver le chiffre des unités d'un produit (Quel est le chiffre des unités de  $358 \times 179 \times 2457$  ?) **C . R**
- x. Quelques décompositions astucieuses : (Compléter l'écriture  $35 \times 16 = 2 \times ? \times 7 \times 8$ ) **C . R**
- xi. Multiplication et ordre
  - 1. Comparer des écritures multiplicatives :  $58 \times 29$  et  $60 \times 31$  **C . R**
  - 2. Approcher une différence  $56 \times 37$  peut être approchée par  $60 \times 40$  soit 2400. **C . R**
  - 3. Encadrer un produit par des nombres relativement simples ( $52 \times 38$  peut être encadré par  $50 \times 30$  soit 1500 et  $60 \times 40$  soit 2400) **C . R**

#### d. **Division**

- i. Trouver le quotient et / ou le reste dans des divisions renvoyant aux tables de multiplication (par exemple quel est le quotient de 56 divisé par 8 ou trouver le quotient et le reste de 56 divisé par 9 ou Reste dans la division de 573 divisée par 10) **C . A**
- ii. Ces mêmes questions peuvent être posées sous la forme d'une écriture à trous (par exemple compléter  $57 = ? \times 9 + ?$ ) **C . A**
- iii. Donner le quotient de divisions par 10, 100 ou 1000. (Le travail sur les décimaux n'étant pas nécessairement entamé on choisira des nombres dont le quotient est entier : par exemple  $3450 / 10$  ou  $23000 / 1000$ ) **C . A**
- iv. Tables inverses de 25, 75, 11 ou 12 (par exemple  $227 = ? \times 75 + ?$ ) **C . R**
- v. Trouver le nombre de chiffres d'un quotient (par exemple : Quel est le nombre de chiffres du quotient de  $23467$  divisé par 351) **C . R**

### 3) Nouveaux nombres

#### a. **Décimaux**

- i. Numération avec les nombres décimaux
  - 1. Nombres et chiffres (par exemple : Quel est le chiffre des centièmes de 345, 567 ? Quel est le nombre des dixièmes de 12,5678 ?) **C . A**
  - 2. Compléter des écritures comme

- a.  $23,456 = 20 + 3 + ? + 0,05 + 0,006$  avec des écritures avec ou sans ordre canonique **C . A**
- b.  $3 + 20 + 0,007 + 0,03 = ?$  avec les mêmes remarques que ci-dessus **C . A**
- ii. Addition et soustraction
  1. Connaître les tables ( $0,7 + 0,6 = ?$  ou  $0,13 - 0,05 = ?$ ) **C . A**
  2. Additions ou soustractions à trous ( $0,6 + ? = 1,1$ ) **C . A**
- iii. Division par 10, 100 ou 1000 (23 divisé par 10 etc....) **C . R**
- iv. Ordre dans les décimaux
  1. Placer un nombre entre deux nombres ( par exemple entre 2,9 et 3 penser à considérer et à faire considérer les entiers comme des décimaux particuliers) **C . R**
  2. Ordonner 5 nombres décimaux (par exemple 2,8 2,12 2,809 2,08 et 3) **C . R**
  3. Encadrer un nombre décimaux par deux nombres avec des dixièmes ou des centièmes (encadrer par exemple 2,345 par 2,3 et 2,4 ou par 2 et 3) **C . R**
  4. Approcher un décimal par un nombre qui a 1 ou 2 ou 3 chiffres après la virgule ( 2,3728 par 2,4 ou 2,37 ou 2,373 selon la question ) **C . R**

#### b. Fractions

- i. Lien entre décimaux et fractions
  1. Passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale (Par exemple :  $234 / 1000 = ?$  ou  $2345 / 10 = ?$ ) **C . A**
  2. Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire (Par exemple  $2,365 = ?$ ) **C . A**
  3. Connaître une écriture décimale de certaines fractions simples (Par exemple :  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{3}{4}$  ou  $\frac{1}{5}$  etc...) **C . R**
- ii. Partie entière
  1. Partie entière de  $29 / 7$  par exemple ou encadrement d'une fraction par deux entiers consécutifs **C . A**
  2. Transformer une fraction en une somme d'un nombre entier et une fraction inférieure à 1 ( par exemple :  $58/9 = 6 + 4 / 9$  on peut dans certains cas proposer une transformation d'une fraction en une différence d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 par exemple  $58 / 9 = 7 - 5 / 9$ ) **C . R**
- iii. Fractions et ordre
  1. Placer une fraction entre deux entiers (Par exemple : entre 6 et 7 proposer une ou deux fractions) **C . R**
  2. Ordonner deux fractions
    - a. Avec un même numérateur **C . R**
    - b. Avec un même dénominateur **C . R**
    - c. Avec un même dénominateur ou un même numérateur **C . R**
- iv. Fractions équivalentes
  1.  $1 / 2 = ? / 12$  par exemple **C . R**
  2.  $27 / 36 = ? / 12$  **C . R**

#### 4) Mesures

##### a. Temps

- i. Passer d'une durée en heures et minutes à une durée en minutes seulement (2h 25 min et attendre 145 min) et vice versa **C . R**
  - ii. Passer d'une durée en minutes et secondes à une durée en secondes seulement (2min 25 sec et attendre 145 sec) et vice versa **C . R**
  - iii. Le 3 Octobre est un Vendredi Quel jour sera le 3 Novembre ? **C . R**
  - iv. Le 3 Octobre 2008 est un Vendredi. Quel sera le jour du 3 Octobre 2009 ? **C . R**
  - v. Demander à partir d'une écriture soustractive l'écriture additive correspondante et vice versa (par exemple 3h moins 10 et attendre la réponse 2h50min) **C . R**
- b. Longueur**
- i. Conversions d'une unité en une autre (de mètres en centimètres par exemple) **C . A**
  - ii. Trouver l'unité dans laquelle est exprimée une mesure (une mesure de 25m s'exprime par 2500 ?) **C . R**
  - iii. Trouver les périmètres de formes simples (carrés, rectangles, losanges, parallélogrammes, triangles etc...) en indiquant les mesures des côtés ou de certains des côtés **C . R**
- c. Masse**
- i. Conversions d'une unité en une autre (de grammes en centigrammes par exemple) **C . A**
  - ii. Trouver l'unité dans laquelle est exprimée une mesure (une mesure de 25kg s'exprime par 2500 ?) **C . R**
- d. Capacité**
- i. Conversions d'une unité en une autre (de litres en centilitres par exemple) **C . A**
  - ii. Trouver l'unité dans laquelle est exprimée une mesure (une mesure de 25l s'exprime par 2500 ?) **C . R**

#### 5) Complémentaires

- a. **Compléments à 10** Quel est le complément de 4 à 10 ? **C . A**
- b. **Compléments à la dizaine supérieure** Quel est le complément de 231 à 240 ? **C . R**
- c. **Complément d'une dizaine à la centaine supérieure** Quel est le complément de 360 à 400 ? **C . R**
- d. **Complément d'un nombre compris entre 1 et 9 à une dizaine** Quel est le complément de 4 à 230 ? **C . R**
- e. **Complément d'un nombre entier de dizaines compris entre 1 et 9 et une centaine** Quel est le complément de 40 à 700 ? **C . R**
- f. **Complément d'un nombre décimal au nombre entier juste supérieur ?** Quel est le complément de 2,7 à 3 ? **C . R**
- g. **Etc....**

#### 6) Doubles, Moitiés, Tiers, Triples, Quadruples et Quarts

- a. **Doubles et moitiés de nombres compris entre 1 et 10 et entre 2 et 20** Quel est le double de 6 ? ou Quelle est la moitié de 16 ? **C . A**
- b. **Mêmes questions pour tiers, quadruples, triples et quarts.** Quel est le triple de 7 ? Quel est le quart de 32 ? **C . A**

- c. **Doubles et moitiés de nombres entiers de dizaines compris entre 10 et 100 et entre 20 et 200** Quel est le double de 60 ? ou Quelle est la moitié de 160 ?  
**C . R**
- d. **Mêmes questions pour tiers, quadruples, triples et quarts.** Quel est le triple de 70 ? Quel est le quart de 320 ? **C .R**
- e. **Doubles et moitiés plus complexes** Quel est le double de 237 ? Quelle est la moitié de 538 ? **C . R**